TRƯỜNG ĐẠI HỌC HỒNG ĐỨC
KHOA KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Mã đề thi: 168

(Đề gồm có 6 trang)

KỲ THI ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG LỚP 12
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: TOÁN HỌC

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên: .... **Số báo danh:**..................

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 viên bi từ một hộp có 10 viên bi?

A C_{10}^2. B A_{10}^2. C $2!$. D 10^2.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 64$. Công bội của cấp số nhân bằng

A -4. B 4. C 8. D 64.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên $(-\infty, -1)$. B Hàm số đồng biến trên $(-\infty, -1)$.
C Hàm số nghịch biến trên $(-\infty, +\infty)$. D Hàm số nghịch biến trên $(-1, +\infty)$.

Câu 4. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 9$ có tọa độ là

A $(1;9)$. B $(2;9)$. C $(-2;9)$. D $(0;9)$.

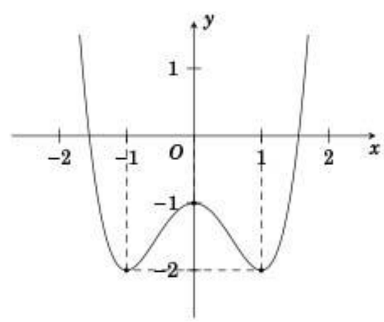
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 5(x-1)^2(x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 5. B 2. C 1. D 3.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

A $x = 2$. B $x = -2$. C $y = 2$. D $y = -2$.

Câu 7. Đồ thị được cho ở hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y = x^4 - 2x^2$. B $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C $y = 2x^4 - 2x^2 - 2$. D $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2$ với trục hoành là

A 1. B 2. C 3. D 4.

Câu 9. Với $a \neq 0$ là số thực tùy ý, $\log_9 a^2$ bằng

A $\log_3 |a|$. B $2\log_9 a$. C $\log_3 a$. D $2\log_3 a^2$.

Câu 10. Hàm số $y = 9^{x^2+1}$ có đạo hàm là

A $y' = (x^2+1)9^{x^2}$. B $y' = 2x(x^2+1)9^{x^2}$. C $y' = 2x9^{x^2}$. D $y' = 36x9^{x^2}\ln 3$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a}$ bằng

A $a^{\frac{1}{3}}$. **B** $\sqrt{a}$. **C** $a^{\frac{2}{9}}$. **D** a^2.

Câu 12. Tích các nghiệm của phương trình $3^{2x^2+5x+4}=9$ là

A 1. **B** -1. **C** 2. **D** -2

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình $\ln\left(x^2-3x+1\right)=-9$ là

A -3. **B** 9. **C** 3. **D** e^{-9}.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{(3x-2)^3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6(3x-2)^2}+C$. **B** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{6(3x-2)^2}+C$.

C $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3(3x-2)^2}+C$. **D** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3(3x-2)^2}+C$.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là

A $-\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. **B** $\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. **C** $-\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **D** $-\cos 3x+C$.

Câu 16. Cho $\int\limits_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\int\limits_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A 20. **B** 12. **C** 11. **D** 5.

Câu 17. Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{1}{e}+1$. **B** $I=1$. **C** $I=e$. **D** $I=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 18. Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i.\bar{z}+z$.

A $w=10+10i$. **B** $w=10-10i$. **C** $w=-10+10i$. **D** $w=-2+10i$.

Câu 19. Cho số phức $z=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w=1+z+z^2$.

A $2-\sqrt{3}i$. **B** 0. **C** 1. **D** $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $|z+2+i|=|\bar{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình

A $y=x+1$. **B** $y=-x+1$. **C** $y=-x-1$. **D** $y=x-1$.

Câu 21. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$. Thể tích khối chóp bằng

A 6. **B** 12. **C** 24. **D** 36.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$, $AA'=7\text{cm}$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A 12cm^3. **B** 42cm^3. **C** 24cm^3. **D** 36cm^3.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao bằng 24cm, độ dài đường sinh bằng 26cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A $V = 800\pi \text{cm}^3$. **B** $V = 1600\pi \text{cm}^3$. **C** $V = \dfrac{1600\pi}{3} \text{cm}^3$. **D** $V = \dfrac{800\pi}{3} \text{cm}^3$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A πa^3. **B** $4\pi a^3$. **C** $3\pi a^3$. **D** $5\pi a^3$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(2;\ -1;\ 3)$, $C(-3;\ 5;\ 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A $D(-2;\ 2;\ 5)$. **B** $D(-4;\ 8;\ -3)$. **C** $D(-4;\ 8;\ -5)$. **D** $D(-2;\ 8;\ -3)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A 9π. **B** 36π. **C** 36. **D** 12π.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

A $(P): z=0$. **B** $(Q): x+y+1=0$. **C** $(R): x+z+1=0$. **D** $(S): y+z+1=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$ là

A $\vec{n}=(6;7;4)$. **B** $\vec{n}=(4;7;6)$. **C** $\vec{n}=(-4;7;6)$. **D** $\vec{n}=(-6;7;4)$.

Câu 29. Cho tập hợp $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau được chọn từ tập hợp A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A $\dfrac{1}{5}$. **B** $\dfrac{2}{5}$. **C** $\dfrac{3}{5}$. **D** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B** $y=-x^4-1$.

C $y=-(x+1)^2$. **D** $y=-x^3+3x^2-3x+5$.

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-x}+\sqrt{x+3}$. Hiệu $M-m$ bằng

A $4-2\sqrt{2}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $7-4\sqrt{2}$. **D** $8-5\sqrt{2}$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(2-x) \ge -1$ là

A $(0;+\infty)$. **B** $[0;2]$. **C** $[0;2)$. **D** $(0;2)$.

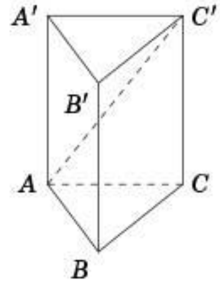
Câu 33. Nếu $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx=-3$ thì $\displaystyle\int_0^2 f(2x)dx$ bằng

A -6. **B** $-\dfrac{3}{2}$. **C** -3. **D** -2.

Câu 34. Trong mặt phẳng phức, biết điểm $M_1(1;-2)$ và điểm $M_2(-2;2)$ lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z_1 và z_2. Khi đó $|z_1-z_2|$ bằng

A $\sqrt{5}$. **B** $2\sqrt{2}$. **C** 5. **D** $\sqrt{7}$.

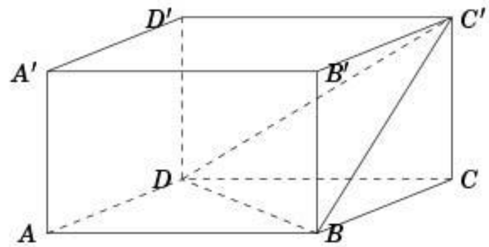
Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$; $AB=a\sqrt{3}, BB'=a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng

A 60^0. **B** 45^0. **C** 30^0. **D** 90^0.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BDC') bằng



A $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$. **D** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

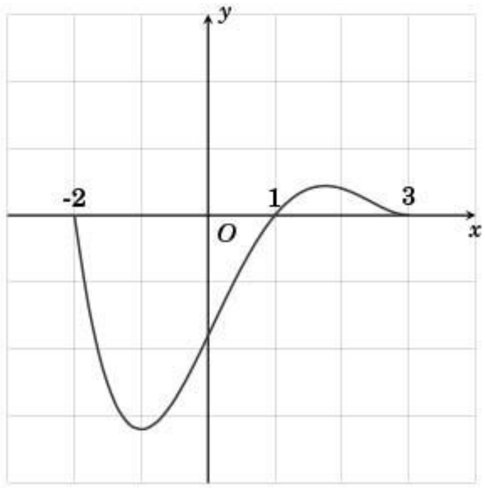
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;-2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+6=0$ có phương trình là

A $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=3$. **B** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.
C $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$. **D** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng (d) đi qua $M(2;4;6)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=1-t \\ y=2-3t \\ z=3+6t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là

A $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z+5}{6}$. **B** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+5}{3}$.
C $\frac{x-1}{1}=\frac{z-3}{-6}=\frac{y-5}{3}$. **D** $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-18}{-6}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;3]$ như hình vẽ bên dưới.



Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Khi đó $M;m$ lần lượt là

A $M = f(-2)$; $m = f(1)$. **B** $M = f(3)$; $m = f(1)$.
C $M = f(1)$; $m = f(-2)$. **D** $M = f(3)$; $m = f(-2)$.

Câu 40. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $8^{x^2} - 3.4^{x^2+1} = m$ có không ít hơn ba nghiệm thực phân biệt là

A 241. **B** 242. **C** 245. **D** 247.

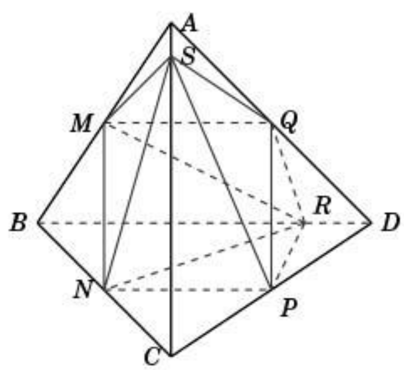
Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(e^x + x + 1) = \dfrac{x^9}{e^x + 1}$. Tính $I = \displaystyle\int_2^{e+2} f(x)dx$.

A $\dfrac{1}{8}$. **B** $\dfrac{1}{9}$. **C** $\dfrac{1}{10}$. **D** $\dfrac{1}{11}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - 2020i| = 2021$ và z^2 là số thuần ảo?

A 1. **B** 0. **C** 4. **D** 2.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB,BC,CD,AD,BD,AC sao cho $AM = MB$; $BN = NC$; $CP = PD$; $DQ = QA$; $BR = 2021RD$; $AS = \dfrac{1}{2022}SC$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối bát diện $MNPQRS$ bằng



A $\frac{1}{4}V$.   B $\frac{1}{3}V$.   C $\frac{1011}{2021}V$.   D $\frac{1}{2}V$.

Câu 44. Ông Đức gửi ngân hàng số tiền 500.000.000 đồng loại kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 5,6% trên một năm theo thể thức lãi kép (tức là nếu đến kỳ hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp). Hỏi sau 3 năm 9 tháng ông Đức nhận được số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng ông Đức không rút cả gốc lẫn lãi trong các định kỳ trước đó và nếu rút trước kỳ hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn 0,00027% trên một ngày. (Một tháng tính 30 ngày).

A 606.627.000 đồng.   B 623.613.000 đồng.   C 606.775.000 đồng.   D 611.764.000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}, \quad d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}.$$

Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B, độ dài đoạn thẳng AB bằng

A $2\sqrt{43}$.   B $\sqrt{43}$.   C $2\sqrt{13}$.   D $\sqrt{13}$.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = |2x^4 - 4(m-1)x^2 - m^2 + 3m - 2|$ có đúng 5 cực trị. Số phần tử $m \in [-2021, 2021] \cap S$ có giá trị nguyên là

A 2020.   B 2021.   C 4040.   D 4041.

Câu 47. Giả sử tồn tại số thực m sao cho phương trình $e^x - e^{-x} = 2\cos mx$ có 2021 nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm phân biệt của phương trình $e^x + e^{-x} = 2\cos mx + 4$ là

A 2021.   B 2020.   C 4038.   D 4042.

Câu 48. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\sin^2 x}$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$ là $S = \frac{\pi}{a} + b\ln\sqrt{c}$ với $a \in \mathbb{Z}$ và b, c là các số nguyên tố. Khi đó, $a + b + c$ bằng

A 0.   B 1.   C 2.   D 3.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z + 2w| = 3$, $|2z + 3w| = 5$ và $|z + 3w| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = z.\overline{w} + \overline{z}.w$.

A 1.   B 2.   C 3.   D 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M và N là tiếp điểm, $H(a, b, c)$ là trung điểm MN. Khi đó, tích abc bằng

A $\frac{8}{27}$.   B $\frac{16}{27}$.   C $\frac{32}{27}$.   D $\frac{64}{27}$.

—— **HẾT** ——

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HỒNG ĐỨC
KHOA KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Mã đề thi: 168
(Đáp án gồm 12 trang)

KỲ THI ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG LỚP 12
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn thi: TOÁN HỌC
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 viên bi từ một hộp có 10 viên bi?

A. C_{10}^2. B. A_{10}^2. C. $2!$. D. 10^2.

Lời giải. Đáp án đúng A.

Số cách chọn 2 viên bi từ một hộp có 10 viên bi là số tất cả tổ hợp chập 2 của 10 hay C_{10}^2. □

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 64$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. -4. B. 4. C. 8. D. 64.

Lời giải. Đáp án đúng B.

Gọi q là công bội. Do $u_4 = u_1 q^3$, suy ra $64 = q^3 \Leftrightarrow q = 4$. □

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty,-1)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty,-1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty,+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-1,+\infty)$.

Lời giải. Đáp án đúng B.

$y' = \dfrac{4}{(x+1)^2}$. Suy ra, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Nên hàm số đồng biến trên $(-\infty,-1)$. □

Câu 4. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 9$ có tọa độ là

A. $(1;9)$. B. $(2;9)$. C. $(-2;9)$. D. $(0;9)$.

Lời giải. Đáp án đúng D.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 9$ là hàm trùng phương có $a > 0$ và $a.b < 0$, nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại $y(0) = 9$.
□

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 5(x-1)^2(x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải. Đáp án đúng C.

Vì $f'(x) = 0$ tại $x = -3$ và $x = 1$. Nhưng chỉ qua $x = -3$ thì $f'(x)$ đổi dấu. Do đó, hàm số có 1 cực trị. □

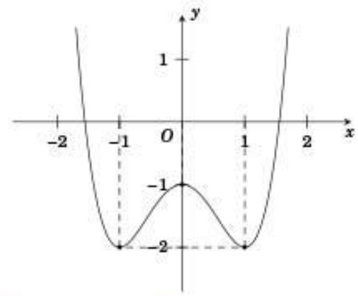
Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng

A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Lời giải. Đáp án đúng C.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+2}=2$. Suy ra, $y=2$ là tiệm cận ngang. □

Câu 7. Đồ thị được cho ở hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y=x^4-2x^2$.

B $y=x^4-2x^2-1$.

C $y=2x^4-2x^2-2$.

D $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải. Đáp án đúng B.

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a>0$, nên loại đáp án D. Mặt khác hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=-1$ và giá trị cực tiểu $y(1)=y(-1)=-2$, nên ta chọn B. □

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-9x^2$ với trục hoành là

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

Lời giải. Đáp án đúng C.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4-9x^2=0$. Nghiệm của phương trình là: $x\in\{-3,0,3\}$. Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-9x^2$ với trục hoành là 3. □

Câu 9. Với $a\neq 0$ là số thực tùy ý, $\log_9 a^2$ bằng

A $\log_3|a|$.

B $2\log_9 a$.

C $\log_3 a$.

D $2\log_3 a^2$.

Lời giải. Đáp án đúng A.

Ta có $\log_9 a^2=\log_3|a|\ \forall a\neq 0$. □

Câu 10. Hàm số $y=9^{x^2+1}$ có đạo hàm là

A $y'=(x^2+1)9^{x^2}$.

B $y'=2x(x^2+1)9^{x^2}$.

C $y'=2x9^{x^2}$.

D $y'=36x9^{x^2}\ln 3$.

Lời giải. Đáp án đúng D.

Áp dụng công thức $(a^u)'=a^u.\ln a.u'$. Suy ra $(9^{x^2+1})'=9^{x^2+1}.\ln 9.2x=36x9^{x^2}\ln 3$. □

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a}$ bằng

A $a^{\frac{1}{3}}$.

B $\sqrt{a}$.

C $a^{\frac{2}{9}}$.

D a^2.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Với $a > 0$, ta có $a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. □

Câu 12. Tích các nghiệm của phương trình $3^{2x^2+5x+4} = 9$ là

(A) 1. (B) -1. (C) 2. (D) -2

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Phương trình $3^{2x^2+5x+4} = 9 \Leftrightarrow 2x^2+5x+4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2 = 0$ có $\Delta = 9 > 0$ nên theo định lý Viet, tích các nghiệm của phương trình là 1. □

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình $\ln(x^2-3x+1) = -9$ là

(A) -3. (B) 9. (C) 3. (D) e^{-9}.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Phương trình tương đương với $x^2-3x+1 = e^{-9} \Leftrightarrow x^2-3x+1-e^{-9} = 0$.
$\Delta = 5+4.e^{-9} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 phân biệt.
Ta có $x_1+x_2 = 3$. □

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{(3x-2)^3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{6(3x-2)^2}+C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{6(3x-2)^2}+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{3(3x-2)^2}+C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3(3x-2)^2}+C$.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

$\int \dfrac{1}{(3x-2)^3}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\int (3x-2)^{-3}\mathrm{d}(3x-2) = \dfrac{1}{3}\dfrac{(3x-2)^{-2}}{-2}+C = -\dfrac{1}{6(3x-2)^2}+C$. □

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

(A) $-\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. (B) $\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. (C) $-\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. (D) $-\cos 3x+C$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Ta có $\int \sin 3x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. □

Câu 16. Cho $\int\limits_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_{5}^{-2} g(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Khi đó, $\int\limits_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 20. (B) 12. (C) 11. (D) 5.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

$I = \int\limits_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x + 4\int\limits_{5}^{-2} g(x)\,\mathrm{d}x = 8+4.3 = 20$ □

Câu 17. Tính tích phân $I=\int\limits_1^e\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$.

Ⓐ $I=\frac{1}{e}+1$. Ⓑ $I=1$. Ⓒ $I=e$. Ⓓ $I=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓓ.

Ta có $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\left(\ln|x|+\frac{1}{x}\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}=(1-0)+\left(\frac{1}{\mathrm{e}}-1\right)=\frac{1}{\mathrm{e}}$. □

Câu 18. Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i.\bar{z}+z$.

Ⓐ $w=10+10i$. Ⓑ $w=10-10i$. Ⓒ $w=-10+10i$. Ⓓ $w=-2+10i$.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓐ.

Ta có : $z=4+6i\Rightarrow\bar{z}=4-6i$
$\Rightarrow w=i.\bar{z}+z=i(4-6i)+4+6i=10+10i$. □

Câu 19. Cho số phức $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w=1+z+z^2$.

Ⓐ $2-\sqrt{3}i$. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓑ.

$z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\Leftrightarrow z+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}i\Leftrightarrow\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{3}{4}\Leftrightarrow z^2+z+1=0$. □

Câu 20. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $|z+2+i|=|\bar{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=x+1$. Ⓑ $y=-x+1$. Ⓒ $y=-x-1$. Ⓓ $y=x-1$.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓓ.

Gọi $z=x+yi\Rightarrow\bar{z}=x-yi$.
Do đó $|x+yi+2+i|=|x-yi-3i|\Leftrightarrow|(x+2)+(y+1)i|=|x-(y+3)i|\Leftrightarrow(x+2)^2+(y+1)^2=x^2+(y+3)^2\Leftrightarrow y=x-1$. □

Câu 21. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$. Thể tích khối chóp bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 12. Ⓒ 24. Ⓓ 36.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓐ.

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}OC=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}OA.OB\right)OC=6$. □

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$, $AA'=7\text{cm}$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ⓐ 12cm^3. Ⓑ 42cm^3. Ⓒ 24cm^3. Ⓓ 36cm^3.

Lời giải. **Đáp án đúng** Ⓑ.

$V=AB.AD.AA'=2.3.7=42\text{cm}^3$. □

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao bằng 24cm, độ dài đường sinh bằng 26cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

(A) $V = 800\pi \text{cm}^3$. (B) $V = 1600\pi \text{cm}^3$. (C) $V = \frac{1600\pi}{3} \text{cm}^3$. (D) $V = \frac{800\pi}{3} \text{cm}^3$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Bán kính đáy của hình nón: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = 10\text{cm}$

Vậy thể tích khối nón tương ứng là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h = \frac{1}{3}\pi.100.24 = 800\pi \text{cm}^3$. □

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) πa^3. (B) $4\pi a^3$. (C) $3\pi a^3$. (D) $5\pi a^3$.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.
Giả sử chiều cao của khối trụ là b.
Theo đề ra $2(2a+b) = 10a \Rightarrow b = 3a$.
Thể tích khối trụ là $V = S.h = \pi a^2.3a = 3\pi a^3$. □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(2;\ -1;\ 3)$, $C(-3;\ 5;\ 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

(A) $D(-2;\ 2;\ 5)$. (B) $D(-4;\ 8;\ -3)$. (C) $D(-4;\ 8;\ -5)$. (D) $D(-2;\ 8;\ -3)$.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Ta có: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x_D - 1; y_D - 2; z_D + 1) = (-5;6;-2) \Rightarrow D(-4;8;-3)$. □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Diện tích của mặt cầu (S) là

(A) 9π. (B) 36π. (C) 36. (D) 12π.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Bán kính $R = 3 \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 36\pi$. □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

(A) $(P): z = 0$. (B) $(Q): x + y + 1 = 0$. (C) $(R): x + z + 1 = 0$. (D) $(S): y + z + 1 = 0$.

Lời giải. Đáp án đúng (D).

Mặt phẳng (α) song song với trục Oz khi và chỉ khi $\begin{cases} O(0;0;0) \notin (\alpha) \\ \vec{n}.\vec{i} = 0. \end{cases}$, trong đó $\vec{i} = (1;0;0)$ là vectơ đơn vị trên trục Ox. □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-3}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$ là

(A) $\vec{n} = (6;7;4)$. (B) $\vec{n} = (4;7;6)$. (C) $\vec{n} = (-4;7;6)$. (D) $\vec{n} = (-6;7;4)$.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Vì Δ_1 và Δ_2 là hai đường thẳng cắt nhau nên $\overrightarrow{n}=[\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_1}]=(4;7;6)$ là một vevtơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Suy ra đáp án B. □

Câu 29. Cho tập hợp $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau được chọn từ tập hợp A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

(A) $\frac{1}{5}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=A_5^3=60$.
Gọi B là biến cố "Số lập được chia hết cho 3".
Có 04 bộ ba số khác nhau có tổng chia hết cho 3 chọn ra từ tập A đó là: $\{1;2;3\},\{2;3;4\},\{3;4;5\},\{1;3;5\}$.
Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau, chia hết cho 3 lập từ A ứng với một hoán vị của 3 phần tử trong bốn bộ nói trên.
Do đó $n(B)=4.3!=24$.
$P(B)=\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$. □

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=\frac{x+1}{x-1}$. (B) $y=-x^4-1$. (C) $y=-(x+1)^2$. (D) $y=-x^3+3x^2-3x+5$.

Lời giải. Đáp án đúng (D).

Với $y=-x^3+3x^2-3x+5$ ta có $y'=-3x^2+6x-3\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $y=-x^3+3x^2-3x+5$ nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$. □

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-x}+\sqrt{x+3}$. Hiệu $M-m$ bằng

(A) $4-2\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) $7-4\sqrt{2}$. (D) $8-5\sqrt{2}$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Dễ thấy $M=4, m=2\sqrt{2}$. Vì vậy đáp án đúng là $4-2\sqrt{2}$. □

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(2-x)\ge -1$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $[0;2]$. (C) $[0;2)$. (D) $(0;2)$.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

$\log_{0,5}(2-x)\ge -1\Leftrightarrow 0<2-x\le 2\Leftrightarrow 0\le x<2$.

□

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^4 f(x)dx=-3$ thì $\int\limits_0^2 f(2x)dx$ bằng

(A) -6. (B) $-\frac{3}{2}$. (C) -3. (D) -2.

Lời giải. Đáp án đúng (B).

Đặt $2x=t \Rightarrow dx=\frac{1}{2}dt \Rightarrow \int\limits_0^2 f(2x)dx=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(x)dx=-\frac{3}{2}$.

□

Câu 34. Trong mặt phẳng phức, biết điểm $M_1(1;-2)$ và điểm $M_2(-2;2)$ lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z_1 và z_2. Khi đó $|z_1-z_2|$ bằng

A $\sqrt{5}$. B $2\sqrt{2}$. C 5. D $\sqrt{7}$.

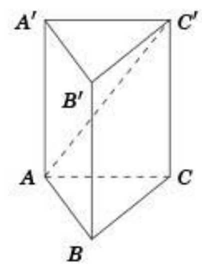
Lời giải. Đáp án đúng C.

Ta có:

$$|z_1-z_2|=M_1M_2=5.$$

□

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$; $AB=a\sqrt{3}, BB'=a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng

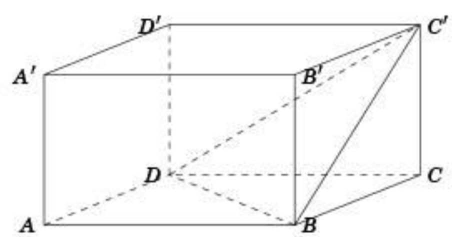
A 60^0. B 45^0. C 30^0. D 90^0.

Lời giải. Đáp án đúng C.

Gọi α là góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC), khi đó $\alpha=\widehat{CAC'}$. Ta có $\tan\alpha=\frac{CC'}{AC}=\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha=30^0$.

□

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BDC') bằng



A $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. C $\frac{2\sqrt{3}}{5}$. D $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải. Đáp án đúng A.

Cách 1: Ta có $d(C,(BDC')) = \dfrac{3V_{B.CDC'}}{S_{\Delta BDC'}} = \dfrac{3.2.2.2}{6}\dfrac{4}{(2\sqrt{2})^2\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Cách 2: $d(C,(BDC')) = \dfrac{CA'}{3} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;-2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+6=0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=3$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải. Đáp án đúng B.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính $R = d(I,(P)) = \dfrac{|1-4+6+6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 3$. Suy ra phương trình của mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$. □

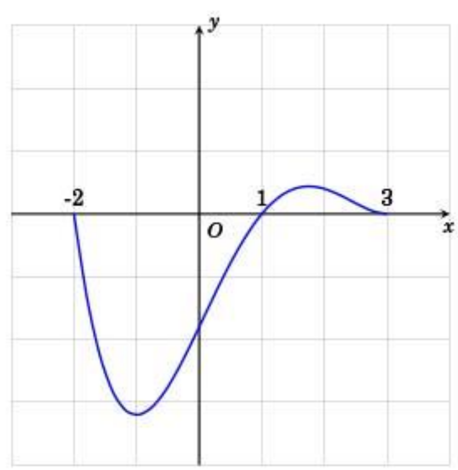
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng (d) đi qua $M(2;4;6)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=1-t \\ y=2-3t \\ z=3+6t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+5}{6}$.
B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+5}{3}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-3}{-6}=\dfrac{y-5}{3}$.
D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-18}{-6}$.

Lời giải. Đáp án đúng D.

Vì $(d)//(\Delta)$ nên $\overrightarrow{u_d}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;-3;6)$.
Ở đáp án B, $\overrightarrow{u_d}=(1;2;3)$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_\Delta}$. Do đó loại đáp án B.
Ở đáp án C, $\overrightarrow{u_d}=(1;-6;3)$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_\Delta}$. Do đó loại đáp án C.
Thay tọa độ điểm $M(2;4;6)$ vào đáp án A, ta được $\dfrac{2+1}{-1}=\dfrac{4+3}{-3}=\dfrac{6+5}{6}$ (vô lý).
Do đó $M(2;4;6)$ không thuộc đường thẳng $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+5}{6}$. Loại đáp án A. □

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;3]$ như hình vẽ bên dưới.



Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Khi đó $M;m$ lần lượt là

A. $M=f(-2); m=f(1)$.
B. $M=f(3); m=f(1)$.
C. $M=f(1); m=f(-2)$.
D. $M=f(3); m=f(-2)$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra bảng biến thiên như sau:

x	-2		1		3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(3)$

Từ BBT ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$ bằng $f(1)$.
Mặt khác, cũng từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành trên đoạn $[-2;1]$ lớn hơn diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành trên đoạn $[1;3]$, do đó chúng ta có:

$$-\int_{-2}^{1} f'(x)dx > \int_{1}^{3} f'(x)dx \Leftrightarrow f(-2) - f(1) > f(3) - f(1) \Leftrightarrow f(-2) > f(3).$$

Suy ra giá trị lớn nhất là $f(-2)$. Vậy $M = f(-2); m = f(1)$. □

Câu 40. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $8^{x^2} - 3.4^{x^2+1} = m$ có không ít hơn ba nghiệm thực phân biệt là

(A) 241. (B) 242. (C) 245. (D) 247.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

$$8^{x^2} - 3.4^{x^2+1} = m \quad (1)$$

Đặt $2^{x^2} = t$. Do $x^2 \geq 0$ nên $t \geq 1$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^3 - 12t^2 = m \qquad (2).$$

Phương trình (1) có từ ba nghiệm thực trở lên khi và chỉ khi phương trình (2) có không ít hơn hai nghiệm thực phân biệt $t \geq 1$.
Xét hàm số $y = t^3 - 12t^2 \Rightarrow y' = 3t^2 - 24t = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = 8$. Ta có bảng biến thiên sau

t	1		8		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	-11	$\searrow$	-256	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t \geq 1$ khi và chỉ khi $-256 < m \leq -11$. Như vậy có 245 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện bài toán. □

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(e^x + x + 1) = \dfrac{x^9}{e^x + 1}$. Tính $I = \int_2^{e+2} f(x)dx$.

(A) $\dfrac{1}{8}$. (B) $\dfrac{1}{9}$. (C) $\dfrac{1}{10}$. (D) $\dfrac{1}{11}$.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Ta có $(e^x+1)f(e^x+x+1)=x^9$. Lấy tích phân hai vế từ 0 tới 1, suy ra $\int_0^1 (e^x+1)f(e^x+x+1)dx=\int_0^1 x^9dx=\frac{1}{10}$. Đặt $t=e^x+x+1$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=2$; $x=1\Rightarrow t=e+2$ và $dt=(e^x+1)dx$. Do đó, $\int_2^{e+2} f(t)dt=\int_2^{e+2} f(x)dx=\frac{1}{10}$. □

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-2020i|=2021$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) 2.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-2020i|=2021 \Leftrightarrow |a+(b-2020)i|=2021 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-2020)^2}=2021$

$\Leftrightarrow a^2+(b-2020)^2=2021^2 \Leftrightarrow a^2+b^2-4040b+2020^2=2021^2$. (1)

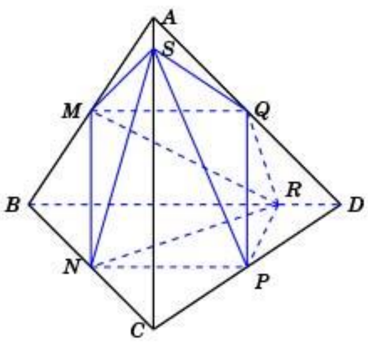
Lại có $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo nên $a^2-b^2=0\Leftrightarrow a^2=b^2$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 2b^2-4040b+2020^2=2021^2 \Leftrightarrow 2b^2-4040b-4041=0$. (*)

Dễ thấy (*) có 2 nghiệm b trái dấu không đối nhau, suy ra mỗi b cho hai giá trị a phân biệt.

Vậy có 4 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán. □

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB,BC,CD,AD,BD,AC sao cho $AM=MB$; $BN=NC$; $CP=PD$; $DQ=QA$; $BR=2021RD$; $AS=\frac{1}{2022}SC$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối bát diện $MNPQRS$ bằng



(A) $\frac{1}{4}V$. (B) $\frac{1}{3}V$. (C) $\frac{1011}{2021}V$. (D) $\frac{1}{2}V$.

Lời giải. Đáp án đúng (D).

Thể tích khối bát diện đã cho bằng tổng thể tích hai khối chóp tứ giác $R.MNPQ$ và $S.MNPQ$, thể tích hai khối chóp này không phụ thuộc vào vị trí của R và S trên các cạnh AC và BD. Vì vậy để đơn giản ta có thể chọn S và R lần lượt là các trung điểm của các cạnh AC và BD. Khi đó dễ thấy thể tích của khối bát diện bằng thể tích tứ diện $ABCD$ trừ đi tổng thể tích của các khối chóp tam giác $A.MQS$; $B.MNR$; $C.NPS$; $D.PQR$. Suy ra thể tích khối bát diện bằng:

$$V-4.\frac{V}{8}=\frac{V}{2}.$$

□

Câu 44. Ông Đức gửi ngân hàng số tiền 500.000.000 đồng loại kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 5,6% trên một năm theo thể thức lãi kép (tức là nếu đến kỳ hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp). Hỏi sau 3 năm 9 tháng ông Đức nhận được số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng ông Đức không rút cả gốc lẫn lãi trong các định kỳ trước đó và nếu rút trước kỳ hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn 0,00027% trên một ngày. (Một tháng tính 30 ngày).

(A) 606.627.000 đồng. (B) 623.613.000 đồng. (C) 606.775.000 đồng. (D) 611.764.000 đồng.

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Một kỳ hạn 6 tháng có lãi suất là 2,8%.
Sau 3 năm 6 tháng, tức là 7 kỳ hạn, số tiền ông Đức thu được là
$A = 500.000.000\left(1+\frac{2,8}{100}\right)^7$ đồng.
Sau 3 năm 9 tháng thì 3 tháng (90 ngày) còn lại được tính theo lãi suất 0,00027% trên một ngày, nên số tiền gốc và lãi thu được sau 3 năm 9 tháng là
$A\left(1+\frac{0,00027}{100}\right)^{90} = 500.000.000\left(1+\frac{2,8}{100}\right)^7\left(1+\frac{0,00027}{100}\right)^{90} \approx 606.775.000$ đồng. □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}, \quad d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}.$$

Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B, độ dài đoạn thẳng AB bằng

(A) $2\sqrt{43}$. (B) $\sqrt{43}$. (C) $2\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{13}$.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Gọi $A(1+2a;-3+4a;3a)$, $B(b;2+b;-4+3b)$.
Ta có: $\overrightarrow{MA} = (2a-3;4a-9;3a-4)$, $\overrightarrow{MB} = (b-4;b-4;3b-8)$.
Ta có: M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(7;9;9), B(1;3;-1) \Rightarrow AB = 2\sqrt{43}$. □

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = |2x^4 - 4(m-1)x^2 - m^2 + 3m - 2|$ có đúng 5 cực trị. Số phần tử $m \in [-2021, 2021] \cap S$ có giá trị nguyên là

(A) 2020. (B) 2021. (C) 4040. (D) 4041.

Lời giải. Đáp án đúng (A).

Hàm số $y = f(x) = 2x^4 - 4(m-1)x^2 - m^2 + 3m - 2$ là hàm số trùng phương với hệ số $a = 2 > 0$, nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 5 cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ có ba cực trị và giá trị cực đại của nó bé hơn bằng 0.
Suy ra,

$$\begin{cases} m > 1 \\ f(0) = -m^2 + 3m - 2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2$$

Vì $m \in [-2021, 2021] \cap S$ có giá trị nguyên, nên $m \in \{2, 3, \cdots, 2021\}$.
Vậy, ta có 2020 phần tử thỏa mãn yêu cầu bài ra. □

Câu 47. Giả sử tồn tại số thực m sao cho phương trình $e^x - e^{-x} = 2\cos mx$ có 2021 nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm phân biệt của phương trình $e^x + e^{-x} = 2\cos mx + 4$ là

(A) 2021. (B) 2020. (C) 4038. (D) 4042.

Lời giải. Đáp án đúng (D).

Ta có

$$e^x + e^{-x} = 2\cos mx + 4 \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}} - e^{\frac{-x}{2}}\right)^2 = 2\cos mx + 2$$
$$\Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}} - e^{\frac{-x}{2}}\right)^2 = \left(2\cos\frac{mx}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} e^{\frac{x}{2}} - e^{\frac{-x}{2}} = 2\cos\frac{mx}{2}, & (1) \\ e^{\frac{x}{2}} - e^{\frac{-x}{2}} = -2\cos\frac{mx}{2}. & (2) \end{array}\right.$$

Nhận thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $e^x - e^{-x} = 2\cos mx$ và nếu x_0 là nghiệm của phương trình (1) thì $-x_0$ là nghiệm của phương trình (2) và ngược lại. Vậy suy ra phương trình đã cho có $2.2021 = 4042$. □

Câu 48. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \dfrac{\ln(\sin x + \cos x)}{\sin^2 x}$, $y = 0$, $x = \dfrac{\pi}{4}$, $x = \dfrac{\pi}{2}$ là $S = \dfrac{\pi}{a} + b\ln\sqrt{c}$ với $a \in \mathbb{Z}$ và b, c là các số nguyên tố. Khi đó, $a + b + c$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Lời giải. Đáp án đúng Ⓑ.

Ta có $S = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\sin x + \cos x)}{\sin^2 x} dx$. Sử dụng phương pháp tích phân từng phần với sự điều chỉnh hệ số:

$$\begin{cases} u = \ln(\sin x + \cos x), \\ dv = \dfrac{1}{\sin^2 x} dx. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx, \\ v = -\cot x - 1 = \dfrac{-\cos x - \sin x}{\sin x}. \end{cases}$$

$$S = \left(-(\cot x + 1)\ln(\sin x + \cos x) + \ln|\sin x| - x \right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi}{4} + 3\ln\sqrt{2}.$$

Khi đó, $a = -4, b = 3, c = 2$. Suy ra $a + b + c = 1$. □

Câu 49. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z + 2w| = 3$, $|2z + 3w| = 5$ và $|z + 3w| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = z.\overline{w} + \overline{z}.w$.

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải. Đáp án đúng Ⓑ.

Ta có $|z + 2w| = 3 \Leftrightarrow |z + 2w|^2 = 9 \Leftrightarrow (z + 2w)(\overline{z} + 2\overline{w}) = 9 \Leftrightarrow |z|^2 + 2P + 4|w|^2 = 9$. (1). Tương tự,

$$|2z + 3w| = 5 \Leftrightarrow |2z + 3w|^2 = 25 \Leftrightarrow (2z + 3w)(2\overline{z} + 3\overline{w}) = 25 \Leftrightarrow 4|z|^2 + 6P + 9|w|^2 = 25. \ (2)$$

$$|z + 3w| = 4 \Leftrightarrow |z + 3w|^2 = 16 \Leftrightarrow (z + 3w)(\overline{z} + 3\overline{w}) = 16 \Leftrightarrow |z|^2 + 3P + 9|w|^2 = 16. \ (3)$$

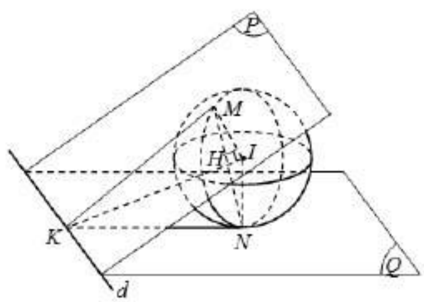
Giải hệ phương trình (1),(2),(3), ta có $P = 2$. □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M và N là tiếp điểm, $H(a,b,c)$ là trung điểm MN. Khi đó, tích abc bằng

Ⓐ $\dfrac{8}{27}$. Ⓑ $\dfrac{16}{27}$. Ⓒ $\dfrac{32}{27}$. Ⓓ $\dfrac{64}{27}$.

Lời giải. Đáp án đúng Ⓒ.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1,2,1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. Gọi $K = d \cap (IMN)$. Ta có K là hình chiếu vuông góc của I trên d. Ta có $K(2,0,0)$, $IK = \sqrt{6}$ và $\overrightarrow{IK} = (1,-2,-1)$. Khi đó, $\dfrac{IH}{IK} = \dfrac{IH.IK}{IK^2} = \dfrac{R^2}{IK^2} = \dfrac{1}{3}$. Suy ra, $\overrightarrow{IH} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{IK}$ và $H(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$. Vậy $abc = \dfrac{32}{27}$.



□