BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI THPT QG NĂM 2021**

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *90 phút*

(Không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 06 trang)

Họ và tên: .... **SBD:**.........................

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=(-1+2i)+2(1-3i)$?

A. $M(1;-4)$. B. $N(1;-1)$. C. $P(0;-1)$. D. $Q(0;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}x^2+C$. B. $\int f(x)dx=2x^2+C$.

C. $\int f(x)dx=x^2+C$. D. $\int f(x)dx=x^3+C$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\log_2(x^2-2)$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-2)\ln 2}$. B. $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2x\ln 2}{x^2-2}$. D. $f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2-2)\ln 2}$.

Câu 5. Nếu $\int_{-2}^{2} f(x)dx=5$ và $\int_{1}^{2} f(x)dx=-2$ thì $\int_{-2}^{1} f(x)dx$ bằng

A. -7. B. -10. C. 7. D. 3.

Câu 6. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của khối nón bằng

A. $\sqrt{h^2+R^2}$. B. $2\sqrt{h^2+R^2}$. C. $2\sqrt{h^2-R^2}$. D. $\sqrt{h^2-R^2}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và có số hạng thứ hai $u_2=-6$. Số hạng thứ tư bằng:

A. 12. B. -24. C. 24. D. -12.

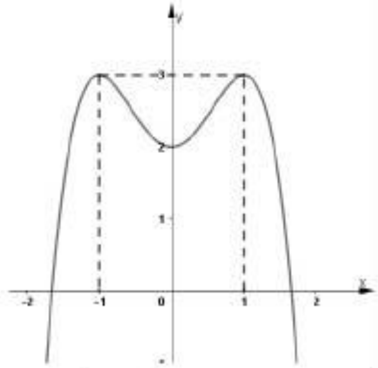
Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1;+\infty)$. D. $(-1;+\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{3x+1}=16$ là:

A. $x=0$. B. $x=3$. C. $x=1$. D. $x=-1$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3+2x^2+2$. B. $y=-x^3+2x^2+2$. C. $y=-x^4+2x^2+2$. D. $y=x^4-2x^2-2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x=3$. B. $x=2$. C. $x=1$. D. $x=-2$.

Câu 12. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có cạnh 6cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $36(\text{cm}^2)$. B. $18\pi(\text{cm}^2)$. C. $6\pi(\text{cm}^2)$. D. $36\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $x+2y-2z-12=0$ bằng

A. 12. B. 4. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 14. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a. Thể tích khối trụ bằng

A. πa^3. B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh để bầu vào hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó từ một tổ có 10 học sinh?

A. A_{10}^2. B. C_{10}^2. C. A_{10}^8. D. 10^2.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;4;5)$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là

A. $(2;3;3)$. B. $(-2;-3;3)$. C. $(4;5;3)$. D. $(2;-3;-3)$.

Câu 17. Cho hình cầu bán kính R. Diện tích của mặt cầu tương ứng là

A. $2\pi R$. B. $4\pi R^2$. C. $4R^2$. D. $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $x=-1$. B. $x=2$. C. $y=-1$. D. $y=2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;1)$ và $\vec{b}=(2;-4;-2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8. B. 12. C. -8. D. -12.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. B. $(3;2)$. C. $(-3;2)$. D. $(2;3)$.

Câu 21. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. B. $m=1$. C. $m=-7$. D. $m=5$.

Câu 22. Cho tích phân $\int_{-1}^{0}\sqrt[3]{1+x}dx$, với cách đặt $t=\sqrt[3]{1+x}$ thì tích phân đã cho bằng tích phân nào sau đây?

A. $3\int_{-1}^{0}t^2dt$. B. $3\int_{0}^{1}t^3dt$. C. $3\int_{0}^{1}t^2dt$. D. $\int_{0}^{1}t^2dt$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $z=2z_1+3z_2-z_1z_2$ bằng

A. $11-10i$. B. $10i$ C. $11+8i$. D. $-10i$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$. Thể tích lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 25. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-4x+9)=2$ là.

A. $\{0\}$. B. $\{4\}$. C. $\{0;4\}$. D. $\{0;-4\}$.

Câu 26. Đội văn nghệ của lớp 12A gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm chọn hai học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để hai học sinh được chọn gồm một nam và một nữ?

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{11}{435}$. D. $\frac{2}{29}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-4)\geq 2$ là.

A. $S=(-\infty;13]$. B. $[13;+\infty)$. C. $(-\infty;13)$. D. $(13;+\infty)$.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=-5$. B. $M=-\frac{1}{3}$. C. $M=\frac{1}{3}$ D. $M=5$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 4 **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 5.

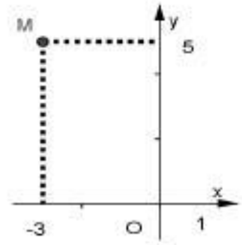
Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ điểm H là

A. $H(1;2;1)$. **B.** $H(-8;4;3)$. **C.** $H(4;-4;1)$. **D.** $H(1;-2;3)$.

Câu 31. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}+1$ là

A. $3e^{3x}+x+C$. **B.** $3e^{3x}+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$. **D.** $\dfrac{1}{3}e^{3x}+x+C$.

Câu 32. Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức z. Chọn kết luận đúng về số phức $\overline{z}$.



A. $\overline{z}=-3+5i$. **B.** $\overline{z}=-3-5i$. **C.** $\overline{z}=3+5i$. **D.** $\overline{z}=3-5i$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):6x-3y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\dfrac{529}{49}$. **B.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\dfrac{529}{49}$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\dfrac{23}{7}$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\dfrac{23}{7}$.

Câu 34. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^5}$ bằng:

A. a^{20}. **B.** $a^{\frac{4}{5}}$. **C.** a^5. **D.** $a^{\frac{5}{4}}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

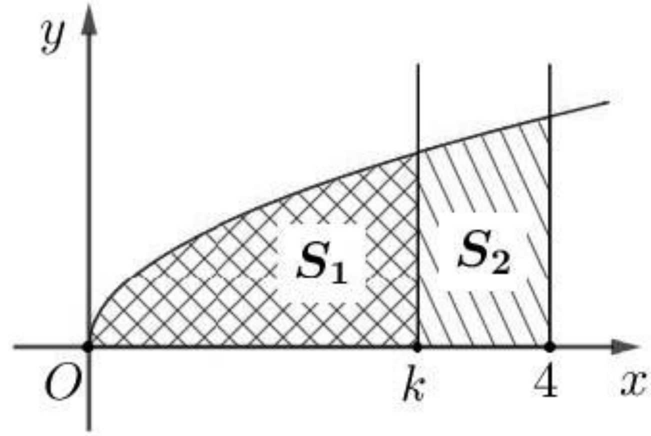
Câu 36. Cho $f(x)$; $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[0;2]$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^2 [f(x)+g(x)]\,dx = 10$ và $\int_0^2 [3f(x)-g(x)]\,dx = 6$. Tính $\int_{2019}^{2021} f(2021-x)\,dx + 3\int_0^1 g(2x)\,dx$:

A. 7. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

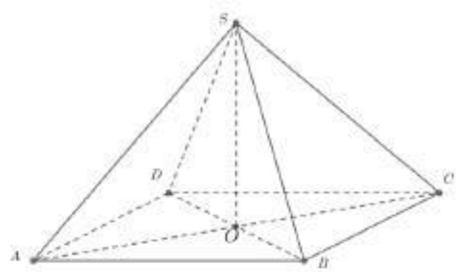
Câu 38. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.



Để $S_1 = 3S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3,1;3,3)$. **B.** $(3,3;3,5)$. **C.** $(3,8;3,9)$. **D.** $(3,5;3,8)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và $BC = SB = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 41. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), D(1;2;-1)$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất, giá trị $a+b+c$ bằng

A. 2. B. 3. C. 15. D. 4.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=x^3-3x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ sao cho hàm số $y=f(2-x)-(1-m)x-6$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$

A. 7. B. 8. C. 10. D. 9.

Câu 43. Tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3)\le\log_3(18x+27)$ là

A. $S=[3;+\infty)$. B. $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. C. $S=\left[\frac{-3}{8};3\right]$. D. $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2}$ và $f(0)=-2$. Tính $f(1)$

A. $f(1)=-e$. B. $f(1)=-\frac{2}{e}$. C. $f(1)=\frac{1}{e}$. D. $f(1)=\frac{2}{e}$.

Câu 45. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là

A. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 46. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn A và 5 học sinh nữ trong đó có bạn B được xếp ngẫu nhiên vào 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kkif 1. Tính xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B?

A. $\frac{1}{1287}$. B. $\frac{4}{6435}$. C. $\frac{4}{6453}$. D. $\frac{1}{1278}$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Biết biểu thức $P=|z^2-z|+|z^2+z+1|$ đạt giá trị lớn nhất khi phần thực của z bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*$). Khi đó $a+b$ bằng

A. 9. B. 13. C. 15. D. 11.

Câu 48. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; góc giữa AA' với $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB', DD' cùng bằng 1. Góc giữa hai mặt phẳng $(BB'C'C)$ và $(C'CDD')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 49. Gọi X là tập hợp các số nguyên $m\in[-2021;2021]$ sao cho đồ thị hàm số $y=|x^3-(2m+1)x^2+mx+m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của X là

A. 0. B. 4036. C. 1. D. -1.

Câu 50. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y)=1$. Tính $P=x.y$ khi biểu thức $S=4x+3y-5$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=\frac{52}{25}$. **B.** $P=-\frac{13}{25}$. **C.** $P=\frac{13}{25}$. **D.** $P=-\frac{52}{25}$.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=(-1+2i)+2(1-3i)$?

A. $M(1;-4)$. **B.** $N(1;-1)$. **C.** $P(0;-1)$. **D.** $Q(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(-1+2i)+2(1-3i)=1-4i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức $z=(-1+2i)+2(1-3i)$ là $M(1;-4)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=2x^2+C$.

C. $\int f(x)dx=x^2+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^3+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx=x^2+C$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\log_2(x^2-2)$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=\frac{1}{(x^2-2)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\frac{\ln 2}{x^2-2}$.

C. $f'(x)=\frac{2x\ln 2}{x^2-2}$. **D.** $f'(x)=\frac{2x}{(x^2-2)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\frac{(x^2-2)'}{(x^2-2)\ln 2}=\frac{2x}{(x^2-2)\ln 2}$.

Câu 5. Nếu $\int_{-2}^{2}f(x)dx=5$ và $\int_{1}^{2}f(x)dx=-2$ thì $\int_{-2}^{1}f(x)dx$ bằng

A. -7. **B.** -10. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-2}^{2}f(x)dx=\int_{-2}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{2}f(x)dx$. Suy ra $\int_{-2}^{1}f(x)dx=5-(-2)=7$.

Câu 6. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của khối nón bằng

A. $\sqrt{h^2+R^2}$. **B.** $2\sqrt{h^2+R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2-R^2}$. **D.** $\sqrt{h^2-R^2}$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và có số hạng thứ hai $u_2=-6$. Số hạng thứ tư bằng:

A. 12. **B.** -24. **C.** 24. **D.** -12.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{3} = -2$

$u_4 = u_1.q^3 = -24$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

HSXĐ $\Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{3x+1} = 16$ là:

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

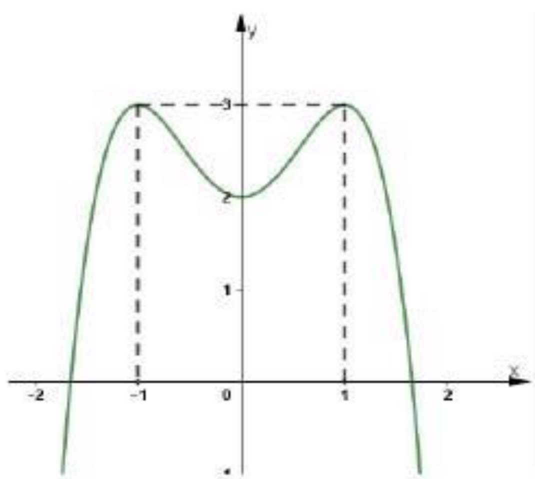
Lời giải

Chọn C

Ta có

$2^{3x+1} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x+1} = 2^4 \Leftrightarrow 3x+1=4 \Leftrightarrow x=1$

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+2x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

Lời giải

Chọn C

Dạng đồ thị đã cho là hàm số bậc 4.

Do trên khoảng $(1;+\infty)$ hàm số nghịch biến nên $y'<0$ khi $x \in (1;+\infty)$

Suy ra hệ số của x^4 mang giá trị âm.

Cách khác: đồ thị đi qua ba điểm $A(-1;3), B(0;2), C(1;3)$ nên chọn C.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y			3				$+\infty$

	$-\infty$	-2

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Do y' đổi dấu từ + sang − khi qua $x=1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 12. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có cạnh 6cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $36\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $18\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $6\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $36\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.\dfrac{6}{2}.6=18\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $x+2y-2z-12=0$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng $x+2y-2z-12=0$ bằng $\dfrac{|0+2.0-2.0-12|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=4$.

Câu 14. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a. Thể tích khối trụ bằng

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối trụ bằng $V=\pi r^2h=\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2a=\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh để bầu vào hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó từ một tổ có 10 học sinh?

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 2 học sinh để bầu vào hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó từ một tổ có 10 học sinh chính là số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử, nghĩa là A_{10}^2.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;4;5)$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là

A. $(2;3;3)$. **B.** $(-2;-3;3)$. **C.** $(4;5;3)$. **D.** $(2;-3;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;3)$.

Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là $(2;3;3)$.

Câu 17. Cho hình cầu bán kính R. Diện tích của mặt cầu tương ứng là

A. $2\pi R$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $4R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=2.$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(1;-2;1)$ và $\vec{b}=(2;-4;-2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8. **B.** 12. **C.** -8. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=2+8-2=8$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 21. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + \left(m^2 - 4\right)$, $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ khi

$$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right. \\ m > 3 \end{cases} \Rightarrow m = 5.$$

Câu 22. Cho tích phân $\int_{-1}^{0} \sqrt[3]{1+x}\,dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1+x}$ thì tích phân đã cho bằng tích phân nào sau đây?

A. $3\int_{-1}^{0} t^2 dt$. **B.** $3\int_{0}^{1} t^3 dt$. **C.** $3\int_{0}^{1} t^2 dt$. **D.** $\int_{0}^{1} t^2 dt$.

Lời giải

Chọn B.

Xét $\int_{-1}^{0} \sqrt[3]{1+x}\,dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1+x}$ ta có $t^3 = 1 + x \Rightarrow 3t^2 dt = dx$

Với $x = -1 \Rightarrow t = 0; x = 0 \Rightarrow t = 1$. Vậy tích phân đã cho bằng $3\int_{0}^{1} t^3 dt$

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $z = 2z_1 + 3z_2 - z_1 z_2$ bằng

A. $11 - 10i$. **B.** $10i$ **C.** $11 + 8i$. **D.** $-10i$.

Lời giải

Chọn D.

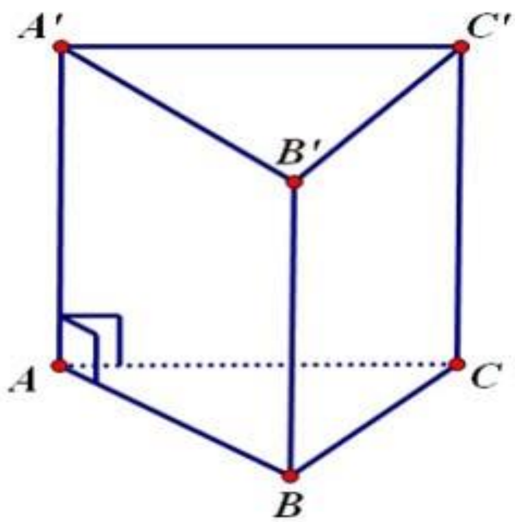
Ta có $z = 2z_1 + 3z_2 - z_1 z_2 = 2(1+2i) + 3(3-4i) - (1+2i)(3-4i) = -10i$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = a$

Do đó $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}a^2$ và đường cao $h = BB' = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = BB'.S_{ABC} = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 25. Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2 - 4x + 9\right) = 2$ là.

A. $\{0\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{0;4\}$. **D.** $\{0;-4\}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\log_3\left(x^2 - 4x + 9\right) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 9 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{0;4\}$.

Câu 26. Đội văn nghệ của lớp 12A gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm chọn hai học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ . Tính xác suất để hai học sinh được chọn gồm một nam và một nữ?

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{11}{435}$. **D.** $\dfrac{2}{29}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên hai học sinh từ 11 học sinh có : $C_{11}^2 = 55$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 55$.

Gọi A là biến cố : "hai học sinh được chọn gồm một nam và một nữ" ta có $n(A) = 5.6 = 30$.

Vậy $P(A) = \dfrac{30}{55} = \dfrac{6}{11}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-4) \geq 2$ là.

A. $S = (-\infty;13]$. **B.** $[13;+\infty)$. **C.** $(-\infty;13)$. **D.** $(13;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\log_3(x-4) \geq 2 \Leftrightarrow x - 4 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 13$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=[13;+\infty)$.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=-5$. **B.** $M=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $M=\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0, \forall x\in[0;2]$.

Suy ra $M=\underset{[0;2]}{Max}\, y=y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 4. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{5m-6}{(x+5m)^2}$

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases}5m-6<0\\-5m\le 10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{6}{5}\\m\ge -2\end{cases} \Leftrightarrow -2\le m<\dfrac{6}{5}$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên ta có $m\in\{-2;-1;0;1\}$

Suy ra có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ điểm H là

A. $H(1;2;1)$. **B.** $H(-8;4;3)$. **C.** $H(4;-4;1)$. **D.** $H(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $H\in d$ nên $H(1+3t;-2-2t;t)$

VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}=(3;-2;1)$; $\overrightarrow{MH}=(3t-1;4-2t;t-3)$.

Ta có: $MH\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MH}\vec{u}=0 \Leftrightarrow 3.(3t-1)-2(4-2t)+1.(t-3)=0 \Leftrightarrow 14t=14 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $H(4;-4;1)$.

Câu 31. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}+1$ là

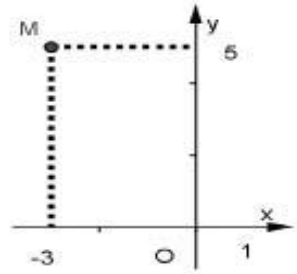
A. $3e^{3x}+x+C$. **B.** $3e^{3x}+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$. **D.** $\dfrac{1}{3}e^{3x}+x+C$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int\left(e^{3x}+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x}+x+C$.

Câu 32. Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức z. Chọn kết luận đúng về số phức $\overline{z}$.



A. $\overline{z}=-3+5i$. **B.** $\overline{z}=-3-5i$. **C.** $\overline{z}=3+5i$. **D.** $\overline{z}=3-5i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z=-3+5i\Rightarrow\overline{z}=-3-5i$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):6x-3y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\frac{529}{49}$. **B.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\frac{529}{49}$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\frac{23}{7}$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\frac{23}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Bán kính mặt cầu (S) là $R=d\left(A;(P)\right)=\frac{\left|6.3-3.(-1)+2.4-6\right|}{\sqrt{6^2+(-3)^2+2^2}}=\frac{23}{7}$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $A(3;-1;4)$, bán kính $R=\frac{23}{7}$ là

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=\frac{529}{49}$.

Câu 34. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^5}$ bằng:

A. a^{20}. **B.** $a^{\frac{4}{5}}$. **C.** a^5. **D.** $a^{\frac{5}{4}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[4]{a^5}=\left(a^5\right)^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{5}{4}}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x)-5=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Cho $f(x)$; $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[0;2]$ thỏa mãn điều kiện $\int\limits_0^2 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_0^2 [3f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=6$. Tính $\int\limits_{2019}^{2021} f(2021-x)\mathrm{d}x+3\int\limits_0^1 g(2x)\mathrm{d}x$:

A. 7. **B.** 13. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Theo gt: $\begin{cases}\int\limits_0^2 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=10\\ \int\limits_0^2 [3f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=10\\ 3\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4\\ \int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=6\end{cases}$

Xét $I_1=\int\limits_{2019}^{2021} f(2021-x)\mathrm{d}x$

Đặt $2021-x=t \Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$

Với $x=2019 \Rightarrow t=2$

$x=2021 \Rightarrow t=0$

$\Rightarrow I_1=-\int\limits_2^0 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$

Xét $I_2=\int\limits_0^1 g(2x)\mathrm{d}x$

Đặt $2x=t \Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$

Với $x=0 \Rightarrow t=0$

$x=1 \Rightarrow t=2$

$$\Rightarrow I_2=\int_0^1 g(2x)\mathrm{d}x=\int_0^2 g(t).\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 g(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=3$$

Vậy $\int_{2019}^{2021} f(2021-x)\mathrm{d}x+3\int_0^1 g(2x)\mathrm{d}x=I_1+3I_2=13$.

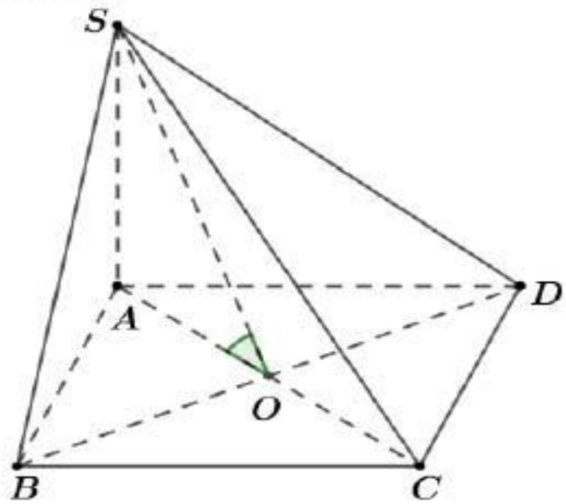
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.



Ta có $\begin{cases} BD\perp AO \\ BD\perp SA \end{cases}\Rightarrow BD\perp SO$.

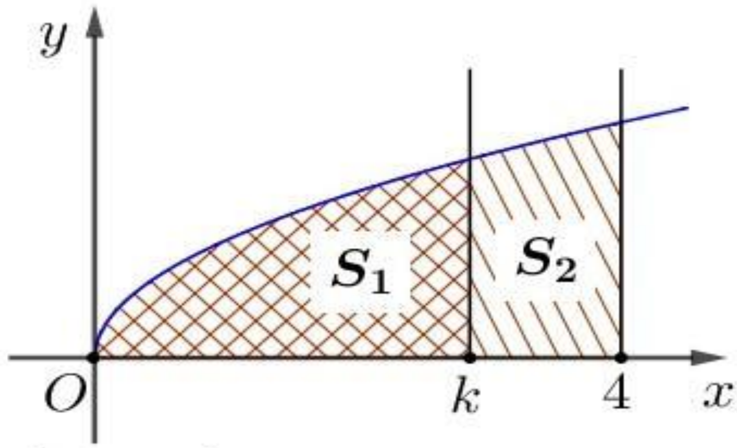
Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là góc giữa SO và AO.

Tam giác SAO vuông tại A có $SA=a\sqrt{3}$, $AO=\frac{a\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}=a$ nên $\tan\widehat{SOA}=\frac{SA}{OA}=\sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SOA}=60^\circ$.

Vậy góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ là 60°.

Câu 38. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.



Để $S_1 = 3S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3,1;3,3)$. **B.** $(3,3;3,5)$. **C.** $(3,8;3,9)$. **D.** $(3,5;3,8)$.

Lời giải

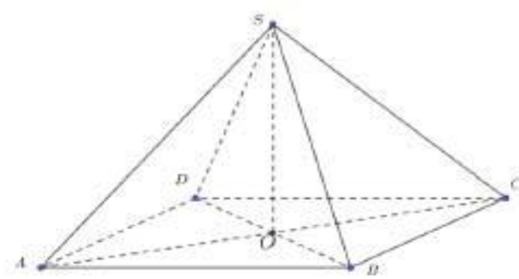
Chọn B

Diện tích $S_1 = \int\limits_0^k \sqrt{x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_0^k = \frac{2}{3}\sqrt{k^3}$.

Diện tích $S_2 = \int\limits_k^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_k^4 = \frac{2}{3}\left(8 - \sqrt{k^3}\right)$.

Suy ra $S_1 = 3S_2 \Leftrightarrow \frac{2}{3}\sqrt{k^3} = 3\cdot\frac{2}{3}\left(8 - \sqrt{k^3}\right) \Leftrightarrow \sqrt{k^3} = 6 \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{36} \approx 3,302$.

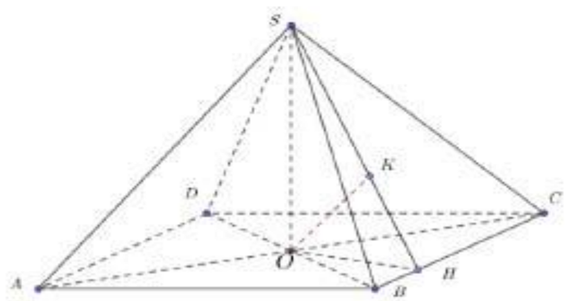
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và $BC = SB = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $OB=\sqrt{SB^2-SO^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ dẫn đến $OC=\sqrt{BC^2-OB^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Kẻ $OH\perp BC\Rightarrow\begin{cases}OH\perp BC\\SO\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SOH)\Rightarrow(SBC)\perp(SOH)$.

Kẻ $OK\perp SH\Rightarrow OK\perp(SBC)\Rightarrow d(O,(SBC))=OK$.

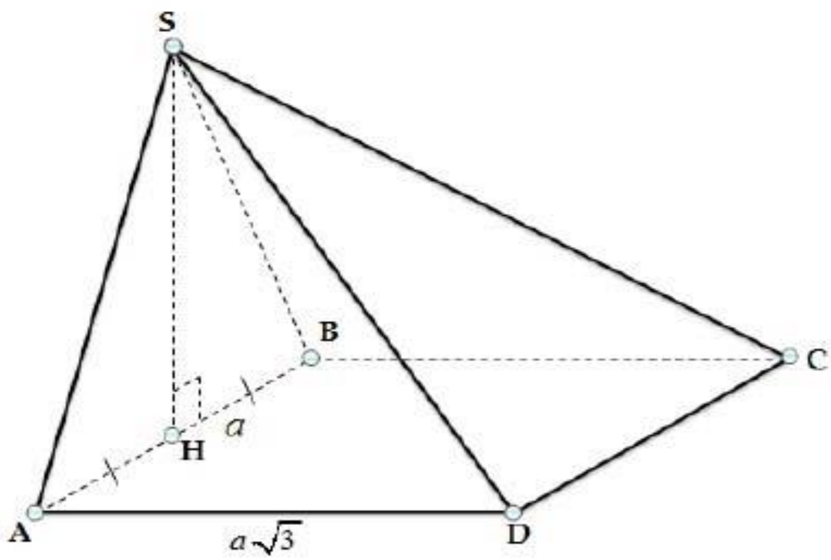
Khi đó $O.SBC$ là tứ diện vuông nên $\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}+\dfrac{1}{SO^2}=\dfrac{6}{a^2}\Rightarrow OK=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C



+) Gọi H là trung điểm của AB. Do tam giác SAB đều nên $SH\perp AB$. Mà tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH\perp(ABCD)$.

+) Tam giác SAB đều cạnh $a\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 41. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c),D(1;2;-1)$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất, giá trị $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 15. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có (ABC): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{1}{c}=1$.

Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) suy ra $d\left(O,(ABC)\right)=OH$ nên $OH\le OD$

Vậy $d\left(O,(ABC)\right)=OH$ lớn nhất bằng $OD\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)}=\overrightarrow{OD}=(1;2;-1)$.

Khi đó mặt phẳng $(ABC):1(x-1)+2(y-2)-1(z+1)=0\Leftrightarrow (ABC):x+2y-z-6=0$.

Ta có $\begin{cases}A=(ABC)\cap Ox\\ B=(ABC)\cap Oy\\ C=(ABC)\cap Oz\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A(6;0;0)\\ B(0;3;0)\\ C(0;0;-6)\end{cases}\Leftrightarrow a+b+c=3$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=x^3-3x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;5]$ sao cho hàm số $y=f(2-x)-(1-m)x-6$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$

A. 7. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B.

Xét $y=g(x)=f(2-x)-(1-m)x-6\Rightarrow g'(x)=-f'(2-x)-1+m$.

Đặt $t=2-x,\forall x\in(2;3)\Rightarrow t\in(-1;0)$ hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$

$$-f'(t)-1+m\le 0\Leftrightarrow m-1\le f'(t)\Leftrightarrow m-1\le \min f'(t),\forall t\in(-1;0).$$

Ta có $f''(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\notin(-1;0)\Rightarrow$ hàm số $f''(x)<0,\forall x\in(-1;0)$

Suy ra $m-1\le\min f'(t)\Leftrightarrow m-1\le\min f'(x),\forall x\in(-1;0)\Leftrightarrow m-1\le 1\Leftrightarrow m\le 2$.

Kết hợp $m\in[-5;5]\Rightarrow -5\le m\le 2$

Câu 43. Tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3)\le\log_3(18x+27)$ là

A. $S=[3;+\infty)$. **B.** $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $S=\left[\frac{-3}{8};3\right]$. **D.** $S=\left(\frac{3}{4};3\right]$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $\begin{cases}4x-3>0\\18x+27>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\dfrac{3}{4}\\x>\dfrac{-27}{18}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{3}{4}$.

Xét: $2\log_3(4x-3)\le\log_3(18x+27)$

$\Leftrightarrow\log_3(4x-3)^2\le\log_3(18x+27)$

$\Leftrightarrow(4x-3)^2\le 18x+27$

$\Leftrightarrow 16x^2-42x-18\le 0$

$\Leftrightarrow\dfrac{-3}{8}\le x\le 3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\dfrac{3}{4};\,3\right]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2}$ và $f(0)=-2$. Tính $f(1)$

A. $f(1)=-e$. **B.** $f(1)=-\frac{2}{e}$. **C.** $f(1)=\frac{1}{e}$. **D.** $f(1)=\frac{2}{e}$.

Lời giải

Chọn B

Xét: $f'(x)+xf(x)=2xe^{-x^2}$

Nhân 2 vế cho $e^{\frac{x^2}{2}}$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{2}}.f'(x)+e^{\frac{x^2}{2}}.xf(x)=e^{\frac{x^2}{2}}.2xe^{-x^2}$

$\Leftrightarrow \left(\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}.f(x)\right)'=2xe^{-\frac{x^2}{2}}$

$\Leftrightarrow \int\left(\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}.f(x)\right)'\mathrm{d}x=\int 2xe^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$ (*)

Xét: $I=\int 2xe^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$

Đặt $u=e^{-\frac{x^2}{2}} \Rightarrow du=-xe^{-\frac{x^2}{2}}dx$

$\Rightarrow I=\int 2xe^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x=-2\int \mathrm{d}u=-2u+C=-2e^{-\frac{x^2}{2}}+C$

(*) $\Leftrightarrow \mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}.f(x)=-2e^{-\frac{x^2}{2}}+C$

Với $f(0)=-2 \Rightarrow \mathrm{e}^0.f(0)=-2e^0+C \Leftrightarrow -2=-2+C \Leftrightarrow C=0$

Với $x=1 \Rightarrow \mathrm{e}^{\frac{1}{2}}.f(1)=-2e^{-\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow f(1)=\dfrac{-2e^{-\frac{1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}}=-\dfrac{2}{e}$.

Câu 45. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là

A. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D .

Đặt $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Theo đề ta có

$|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(1+i)(x+yi)| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2 \Leftrightarrow x^2+y^2-2y+1=x^2-2xy+y^2+x^2+2xy+y^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0$

Đây là phương trình đường tròn tâm $I(0;-1)$ và có bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+1}=\sqrt{2}$.

Câu 46. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn A và 5 học sinh nữ trong đó có bạn B được xếp ngẫu nhiên vào 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kkif 1. Tính xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B ?

A. $\frac{1}{1287}$. **B.** $\frac{4}{6435}$. **C.** $\frac{4}{6453}$. **D.** $\frac{1}{1278}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=13!$

Gọi A "Xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B "

Gọi vị trí ngồi của các bạn nam là X, vị trí ngồi của các bạn nữ là Y.

Vị trí ngồi của 13 học sinh thoả đề bài có dạng

$YXXYXXYXXYXXY$

Xếp 8 bạn nam vào vị trí X có 8! cách

Xếp 5 bạn nữ vào vị trí Y có 5! cách.

Ta xếp sao cho A và B kế nhau.

Lấy 2 ghế liên tiếp có dạng YX hoặc XY có 8 cách

Xếp 2 học sinh A và B vào 2 ghế đã chọn ở trên có 1 cách.

Xếp 11 học sinh còn lại vào các vị trí còn lại sao cho nam ngồi vị trí X và nữ ngồi vị trí Y có $(8-1)!(5-1)!=7!.4!$ cách

Vậy có $8.1.7!.4!$ cách xếp sao cho A và B kề nhau.

Suy ra ta có $n(A)=8!.5!-8.1.7!.4!=3870720$ cách

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3870720}{13!}=\frac{4}{6435}$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Biết biểu thức $P=|z^2-z|+|z^2+z+1|$ đạt giá trị lớn nhất khi phần thực của z bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*$). Khi đó $a+b$ bằng

A. 9. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z=x+yi\Rightarrow \bar{z}=x-yi\Rightarrow z+\bar{z}=2x$

Ta có $|z|=1\Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=1\Leftrightarrow x^2+y^2=1\Rightarrow x\in[-1;1]$ và $|z|=1\Leftrightarrow z.\bar{z}=1\Leftrightarrow \frac{1}{z}=\bar{z}$

Vậy

$$P=\left|z^2-z\right|+\left|z^2+z+1\right|=\left|z(z-1)\right|+\left|z\left(z+1+\frac{1}{z}\right)\right|=|z|.|z-1|+|z|.\left|z+1+\frac{1}{z}\right|=|z-1|+\left|z+1+\frac{1}{z}\right|$$

$$=|z-1|+\left|z+1+\bar{z}\right|=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+|2x+1|=\sqrt{x^2-2x+1+y^2}+|2x+1|=\sqrt{2-2x}+|2x+1|$$

Vậy $P=\sqrt{2-2x}+|2x+1|$ với $x\in[-1;1]$.

$$\Leftrightarrow P=\begin{cases}\sqrt{2-2x}+2x+1 \text{ khi } -\frac{1}{2}\le x\le 1\\ \sqrt{2-2x}-2x-1 \text{ khi } -1\le x\le -\frac{1}{2}\end{cases}$$

Khi $-\frac{1}{2}\le x\le 1$ thì $P=\sqrt{2-2x}+2x+1$

$$P'=\frac{-1}{\sqrt{2-2x}}+2=\frac{2\sqrt{2-2x}-1}{\sqrt{2-2x}}$$

$$P'=0\Leftrightarrow 2\sqrt{2-2x}-1=0\Leftrightarrow \sqrt{2-2x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{7}{8}$$

$$P'>0\Leftrightarrow x\in\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{8}\right);\ P'<0\Leftrightarrow x\in\left(\frac{7}{8};1\right)$$

Khi $-1\le x\le -\frac{1}{2}$ thì $P'=\frac{-2}{2\sqrt{2-2x}}-2=-2.\left(\frac{1}{2\sqrt{2-2x}}+1\right)<0, \forall x\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$

Tại $x=-\frac{1}{2}$ ta có:

$$P'\left(-\frac{1}{2}^{+}\right)=\lim_{x\to -\frac{1}{2}^{+}}\frac{2\sqrt{2-2x}-1}{\sqrt{2-2x}}=\frac{2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}>0$$

$$P'\left(-\frac{1}{2}^{-}\right)=-2\lim_{x\to -\frac{1}{2}^{-}}\left(\frac{1}{2\sqrt{2-2x}}+1\right)=-\frac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}<0$$

$\Rightarrow P'\left(-\frac{1}{2}^{+}\right)\ne P'\left(-\frac{1}{2}^{-}\right)$. Vậy không tồn tại $P'\left(-\frac{1}{2}\right)$

Ta có BBT:

x	-1		$-\frac{1}{2}$		$\frac{7}{8}$		1
P'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
P	3	$\searrow$	$\sqrt{3}$	$\nearrow$	$\frac{13}{4}$	$\searrow$	3

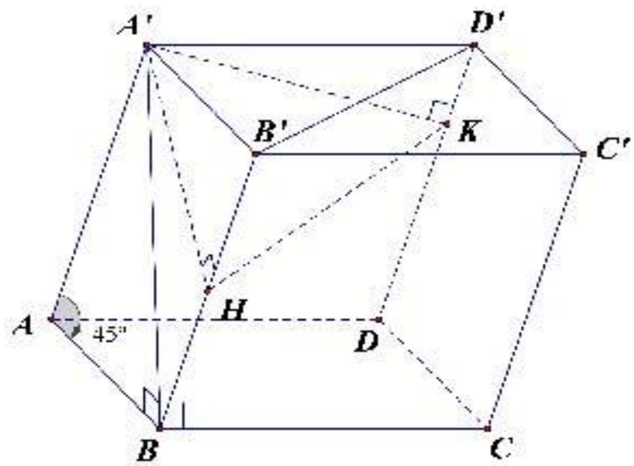
Vậy $P_{max}=\frac{13}{4}\Leftrightarrow x=\frac{7}{8}\Rightarrow a+b=15.$

Câu 48. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; góc giữa AA' với $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB', DD' cùng bằng 1. Góc giữa hai mặt phẳng $(BB'C'C)$ và $(C'CDD')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $A'B \perp (ABCD) \Rightarrow (AA';(ABCD)) = \widehat{A'AB} = 45°$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên BB' và DD'

$\Rightarrow A'H = A'K = 1$ và $\begin{cases} AA' \perp A'H \\ AA' \perp A'K \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (A'HK)$

Xét hình bình hành $ABB'A'$ có $\begin{cases} A'B \perp AB \\ \widehat{A'AB} = 45° \end{cases} \Rightarrow \Delta A'AB, \Delta A'B'B$ vuông cân tại B và A'.

Do đó H là trung điểm BB' $\Rightarrow A'H = \dfrac{1}{2}BB' \Rightarrow BB' = 2A'H = 2$

Xét $\Delta AA'B$ vuông cân tại $B \Rightarrow A'B = \dfrac{AA'}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $((BB'C'C);(C'CDD')) = ((ABB'A');(ADD'A'))$

Mà $((ABB'A');(ADD'A')) = (A'H;A'K) = 60°$

Do đó $\widehat{HA'K} = 60°$ hoặc $\widehat{HA'K} = 120°$.

Ta có: $S_{\Delta A'HK} = \dfrac{1}{2}A'H.A'K.\sin\widehat{HA'K} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Mặt khác: $\begin{cases} A'A \perp (A'HK) \\ A'B \perp (A'B'C'D') \end{cases} \Rightarrow ((A'HK);(A'B'C'D')) = (A'A;A'B) = 45°$

Lại có: $\Delta A'HK$ là hình chiếu vuông góc của $\Delta A'B'D'$ nên:

$S_{\Delta A'HK} = S_{\Delta A'B'D'}.\cos 45° \Rightarrow S_{\Delta A'B'D'} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

Suy ra: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ABD.A'B'D'} = 2.A'B.S_{\Delta A'B'D'} = 2.\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{6}}{4} = \sqrt{3}$ (đvtt)

Câu 49. Gọi X là tập hợp các số nguyên $m\in[-2021;2021]$ sao cho đồ thị hàm số $y=\left|x^3-(2m+1)x^2+mx+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của X là

A. 0. **B.** 4036. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

+) Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m+1)x^2+mx+m$

Ta có $f'(x)=3x^2-2(2m+1)x+m$

$\Delta'=(2m+1)^2-3m=3m^2+\left(m+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$, với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn có 2 điểm cực trị, với mọi $m\in\mathbb{R}$.

+) $f(x)=0\Leftrightarrow x^3-(2m+1)x^2+mx+m=0$ (1)

$\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-2mx-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2mx-m=0\ (2)\end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt, khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m^2+m>0\\1-3m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>0\end{array}\right.\\m\neq\frac{1}{3}\end{cases}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2021;2021]$ nên $m\in\{\pm2021;\pm2020;...;\pm2;1\}$.

Suy ra $X=\{\pm2021;\pm2020;...;\pm2;1\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập X bằng 1.

Câu 50. Cho hai số thực x,y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y)=1$. Tính $P=x.y$ khi biểu thức $S=4x+3y-5$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=\frac{52}{25}$. **B.** $P=-\frac{13}{25}$. **C.** $P=\frac{13}{25}$. **D.** $P=-\frac{52}{25}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x-2y>0\\x^2+y^2\neq0\end{cases}$.

Ta có $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y)=1\Leftrightarrow2x-4y=x^2+y^2+1$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=4$ (1).

Lại có $S=4x+3y-5=4(x-1)+3(y+2)-7$

$\Rightarrow S\leq\sqrt{\left(4^2+3^2\right)\left[(x-1)^2+(y+2)^2\right]}-7$

$\Leftrightarrow S\leq3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x-1}{4}=\frac{y+2}{3}$ (2).

Kết hợp (1) và (2), suy ra $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{13}{5};y=-\dfrac{4}{5}\,(tm) \\ x=-\dfrac{3}{5};y=-\dfrac{22}{5}\,(l) \end{array}\right.$.

Vậy $P=xy=-\dfrac{52}{25}$.

------ HẾT ------