

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề 101

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm./.

Họ và tên học sinh: SBD: Lớp:

Câu 1: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$.

- A. $a = 0, b = 2$ B. $a = 1, b = 2$. C. $a = 0, b = 1$. D. $a = \frac{1}{2}, b = 1$.

Câu 2: Hàm số $y = 3^x$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3^x$. B. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. C. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. D. $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 3: Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tọa độ tâm I là

- A. $(1; -2; -1)$ B. $(-1; 2; 1)$ C. $(1; -2; 1)$ D. $(1; 2; 1)$

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = \frac{1}{6} Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2} Bh$.

Câu 5: Thể tích của khối cầu có bán kính b bằng

- A. $\frac{4\pi b^3}{3}$ B. $4\pi b^3$ C. $\frac{\pi b^3}{3}$ D. $2\pi b^3$

Câu 6: Cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 7: Đường thẳng $d: \frac{2-x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$ B. $\vec{u}_1 = (2; 1; 0)$ C. $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$ D. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 0)$

Câu 8: Số cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc bằng

- A. 6^6 B. $4!$ C. 6 . D. $6!$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

- A. $x = 5$ B. $x = 1$ C. $x = 0$. D. $x = 2$

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$ B. $x^3 + x + C$ C. $6x + C$ D. $\frac{x^3}{3} + x + C$

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$ B. $\bar{z} = -2 - i$ C. $\bar{z} = 2 - i$ D. $\bar{z} = 2 + i$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

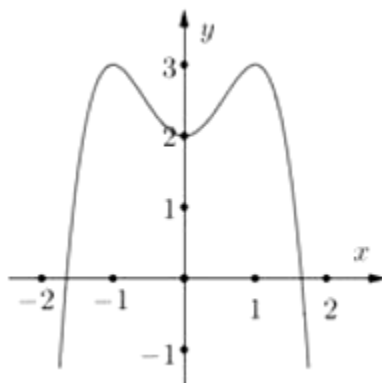
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = 28$ B. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ C. $u_{10} = -29$ D. $u_{10} = 25$

Câu 14: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Câu 15: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

- A. $y = \frac{1}{2}$ B. $y = 2$ C. $y = 4$ D. $y = -2$

Câu 16: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π B. 48π C. 36π D. 4π

Câu 17: Tích phân $\int_0^3 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\log \frac{5}{3}$ C. $\ln \frac{5}{3}$ D. $\frac{16}{225}$

Câu 18: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = 3 \log a$ B. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$ C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$?

- A. $Q(2; -3)$ B. $P(-3; 2)$ C. $N(3; -2)$ D. $M(-2; 3)$

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0; 1\}$ D. $\{-1; 0\}$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 5) \leq 2$ là

- A. $[3; +\infty)$ B. $(-\infty; 3]$ C. $[-8; 8]$ D. $[-2; 2]$

Câu 22: Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$ là

- A. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$ C. $\vec{u} = (2; -2; 1)$ D. $\vec{u} = (1; 1; 2)$

Câu 23: Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, vuông góc với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$ có phương trình:

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{-1}$. B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$
 C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$

Câu 24: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$ C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , tam giác ABD đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° B. 45° C. 30° D. 90°

Câu 26: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $1011\sqrt{3}$ B. $2022\sqrt{3}$ C. $2022\sqrt{2}$ D. $1011\sqrt{2}$

Câu 27: Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$?

- A. $N(1;3;-4)$ B. $P(-2;1;5)$ C. $M(-1;-2;9)$ D. $Q(3;-4;5)$

Câu 28: Cho ba điểm $M(-1;3;2)$, $N(2;1;-4)$ và $P(5;-1;8)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ

- A. $(2;0;-2)$ B. $(1;0;-1)$ C. $(2;1;2)$ D. $(2;1;1)$

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số nguyên tố bằng

- A. $\frac{9}{17}$ B. $\frac{6}{17}$ C. $\frac{8}{17}$ D. $\frac{7}{17}$

Câu 30: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 6$ trên đoạn $[0;3]$. Hiệu $M - m$ bằng

- A. 4 B. 20 C. 6 D. 18

Câu 31: Một khối lập phương có thể tích bằng 27 thì độ dài cạnh của hình lập phương đó bằng

- A. 16. B. 3. C. 12. D. 9.

Câu 32: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 5cm$ và độ dài đường sinh $l = 4cm$ bằng

- A. $40\pi cm^3$ B. $40\pi cm^2$ C. $20\pi cm^3$ D. $20\pi cm^2$

Câu 33: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i$. Giá trị của tích ab bằng

- A. -5. B. 5. C. 1. D. -1.

Câu 34: Mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2021$ có tọa độ tâm là

- A. $(-2;0;3)$ B. $(2;0;3)$ C. $(-2;0;-3)$ D. $(2;0;-3)$

Câu 35: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 9$ và chiều cao $h = 8$ bằng

- A. 36 B. 24 C. 72 D. 17

Câu 36: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 + x^2 + x - 2021$.

B. $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$.

Câu 37: Nếu $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int_0^1 [2021 - f(x)] dx$ bằng

A. 2020

B. 2022

C. 2021

D. 2019

Câu 38: Mặt cầu tâm $I(5; 3; -2)$ và đi qua $A(3; -1; 2)$ có phương trình

A. $(x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 36$.

B. $(x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 6$

C. $(x+5)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 36$

D. $(x+5)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 6$

Câu 39: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 20$. Từ điểm $A(0; 0; -1)$ kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C) . Từ điểm M di động ngoài mặt cầu (S) nằm trong mặt phẳng (α) chứa (C) , kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C') . Biết rằng, khi bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) thì M luôn nằm trên một đường tròn (T) cố định. Bán kính đường tròn (T) bằng.

A. $2\sqrt{21}$.

B. $\sqrt{34}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m luôn có ít hơn 4041 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x - m)(\log_3(x+4) - 1) < 0$?

A. 6.

B. 11.

C. 7.

D. 9.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn số nguyên x thỏa mãn $f'(1) = 2021, f(1-x) + x^2 f''(x) = 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 xf'(x) dx$

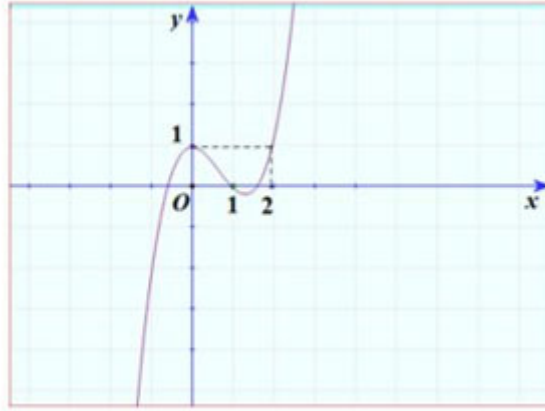
A. 674.

B. 673.

C. $\frac{2021}{3}$.

D. $\frac{2020}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e (a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$, biết $f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ hình vẽ. Hàm số $g(x) = |2f(x) - x^2 + 2x|$ đồng biến trên khoảng

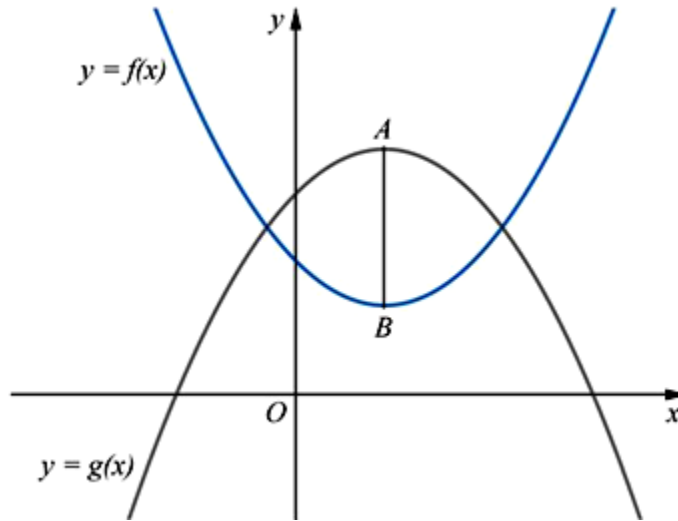


- A. $(2; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 2)$ D. $(-\infty; -1)$.

Câu 43: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+5}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ và $A(1; 0; 0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) , đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại điểm M và N . Tính $S = AM^2 + AN^2$.

- A. $S = 25$. B. $S = 20$. C. $S = 30$. D. $S = 33$.

Câu 44: Cho hai hàm đa thức $y = f(x), y = g(x)$ có đồ thị là các đường cong như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB = \frac{7}{4}$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2021; 2021)$ để hàm số $y = ||f(x) - g(x)| + m|$ có đúng 5 điểm cực trị?



- A. 2019 B. 2021 C. 2022 D. 2020

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 3 & \text{khi } x \geq 7 \\ 2x + 3 & \text{khi } x < 7 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 4} f(2e^x + 3)e^x dx$ bằng

- A. $\frac{1148}{3}$ B. $\frac{220}{3}$ C. $\frac{115}{3}$ D. $\frac{287}{3}$

Câu 46: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 2$?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA \perp (ABC)$; $AB = 6, BC = 7, CA = 8$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{315\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{105\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{105\sqrt{5}}{8}$

D. $\frac{315\sqrt{5}}{8}$

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $\ln \frac{x+1}{5y+1} \leq 25y^4 + 10y^3 - x^2y^2 - 2y^2x$, với $y \leq 2022$?

A. 10246500

B. 10226265

C. 2041220

D. 10206050

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z}| + |z + \bar{z}| \leq 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 2 + 3i|^2 + |z + 4 - 13i|^2$ bằng

A. 156

B. 155

C. 146

D. 147

Câu 50: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6, AD = 8$. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AC bằng

A. $\frac{4271\pi}{80}$

B. $\frac{4269\pi}{40}$

C. $\frac{4271\pi}{40}$

D. $\frac{4269\pi}{80}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	2-D	3-B	4-A	5-A	6-B	7-A	8-D	9-D	10-B
11-C	12-D	13-D	14-A	15-D	16-A	17-C	18-C	19-C	20-C
21-D	22-C	23-B	24-B	25-A	26-A	27-C	28-C	29-D	30-B
31-B	32-D	33-A	34-A	35-C	36-D	37-A	38-A	39-A	40-C
41-D	42-C	43-D	44-A	45-D	46-C	47-B	48-B	49-A	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1:**

$$\text{Ta có } 2a + (b+i)i = 1+2i \Leftrightarrow (2a-1) + bi = 1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$$

Chọn B.**Câu 2:**

$$\text{Ta có } y' = (3^x)' = 3^x \ln 3.$$

Chọn D.**Câu 3:**

$$\text{Mặt cầu } (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9 \text{ có tọa độ tâm } I(-1; 2; 1).$$

Chọn B.**Câu 4:**

$$\text{Thể tích của khối chóp là } V = \frac{1}{3} Bh.$$

Chọn A.**Câu 5:**

$$\text{Thể tích của khối cầu là } \frac{4\pi b^3}{3}.$$

Chọn A.**Câu 6:**

$$\text{Hình chiếu vuông góc của điểm } A \text{ trên mặt phẳng } (Oyz) \text{ là điểm } N(0; -1; 1).$$

Chọn B.**Câu 7:**

Ta có phương trình đường thẳng d viết dưới dạng chính tắc là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$

Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

Chọn A.

Câu 8:

Số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc bằng $P_6 = 6!$.

Chọn D.

Câu 9:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Chọn D.

Câu 10:

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 + 1)dx = x^3 + x + C.$$

Chọn B.

Câu 11:

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là $\bar{z} = 2 - i$.

Chọn C.

Câu 12:

Quan sát bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ mà $(-\infty; -2) \subset (-\infty; -1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$.

Chọn D.

Câu 13:

Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d = (-2) + 9.3 = 25$.

Chọn D.

Câu 14:

Nhìn vào hình dáng đồ thị loại được B và C.

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a < 0$ nên chọn A.

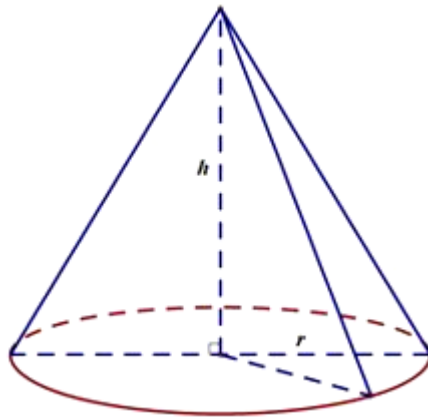
Chọn A.

Câu 15:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-4x}{2x-1} = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-4x}{2x-1} = -2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$.

Chọn D.

Câu 16:



Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.

Chọn A.

Câu 17:

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = (\ln|x+3|) \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}.$$

Chọn C.

Câu 18:

$$\log a^3 = 3 \log a.$$

Chọn C.

Câu 19:

Điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là $N(3; -2)$.

Chọn C.

Câu 20:

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0; 1\}$.

Chọn C.

Câu 21:

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 + 5) \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + 5 \leq 9 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-2; 2]$.

Chọn D.

Câu 22:

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$, $\overrightarrow{NP} = (0; 1; 2)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}] = (-2; 2; -1).$$

Vậy một vector có hướng của mặt phẳng đi qua ba điểm trên là: $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

Chọn C.

Câu 23:

Vì đường thẳng vuông góc với giá của hai vector $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$ nên một vector chỉ phương của đường thẳng là: $\vec{u} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-1; 5; 1)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, có dạng $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$.

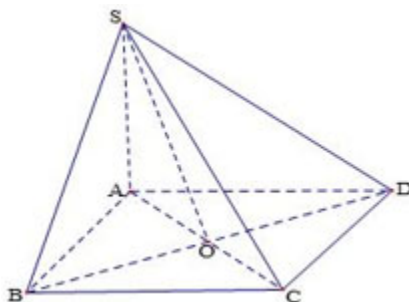
Chọn B.

Câu 24:

Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Chọn B.

Câu 25:

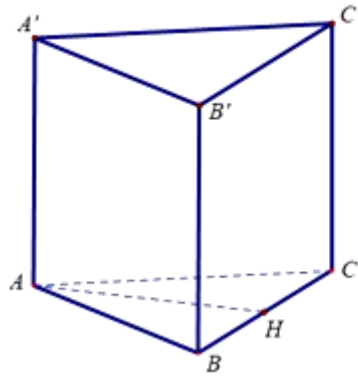


Ta có AO là hình chiếu vuông góc của SO trên $mp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SO và AO

Xét tam giác SAO vuông tại A có $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$; $AO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

Chọn A.

Câu 26:

Gọi H là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BB'C'C)$$

$$\Rightarrow d(A, (BCC'B')) = AH = 1011\sqrt{3}.$$

Chọn A.

Câu 27:

Thử A: Thế tọa độ điểm $N(1;3;-4)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được:

$$\frac{1-1}{-2} = \frac{3+3}{1} = \frac{-4-4}{5} \text{ (sai)} \Rightarrow N \notin d.$$

Thử B: Thế tọa độ điểm $P(-2;1;5)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được:

$$\frac{-2-1}{-2} = \frac{1+3}{1} = \frac{5-4}{5} \text{ (sai)} \Rightarrow P \notin d.$$

Thử C: Thế tọa độ điểm $M(-1;-2;9)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{5}$ ta được:

$$\frac{-1-1}{-2} = \frac{-2+3}{1} = \frac{9-4}{5} \text{ (đúng)} \Rightarrow M \in d.$$

Chọn C.

Câu 28:

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP, \text{ ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} \\ z_G = \frac{z_M + z_N + z_P}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{-1+2+5}{3} \\ y_G = \frac{3+1-1}{3} \\ z_G = \frac{2-4+8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 1 \\ z_G = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;2).$$

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác MNP là $(2;1;2)$.

Chọn C.

Câu 29:

Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương có $C_{17}^1 = 17$ cách \Rightarrow Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 17$.

Gọi A: “chọn được số nguyên tố” $\Rightarrow A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17\} \Rightarrow n(A) = 7$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{17}$.

Chọn D.

Câu 30:

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; 3) \\ x = 1 \in (0; 3) \end{cases}$.

Do $y(0) = -6; y(1) = -8; y(3) = 12$ nên $M = \max_{[0;3]} y = 12; m = \min_{[0;3]} y = -8$.

Vậy $M - m = 20$.

Chọn B.

Câu 31:

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là a .

Thể tích hình lập phương là: $V = a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$.

Vậy độ dài cạnh của hình lập phương là $a = 3$.

Chọn B.

Câu 32:

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 4 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Chọn D.

Câu 33:

Ta có: $\frac{a+bi}{1-i} = 3+2i \Leftrightarrow a+bi = (3+2i) \cdot (1-i) = 5-i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \end{cases}$.

Nên $ab = -5$.

Chọn A.

Câu 34:

Mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2021$ có tọa độ tâm là $(-2; 0; 3)$.

Chọn A.

Câu 35:

Ta có $V = B.h = 9.8 = 72$.

Chọn C.

Câu 36:

Ta có hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1) = -3(x-1)^2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$\Rightarrow y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Chọn D.

Câu 37:

Ta có: $\int_0^1 [2021 - f(x)] dx = (2021x - x^2) \Big|_0^1 = 2020$.

Chọn A.

Câu 38:

Mặt cầu tâm $I(5; 3; -2)$ đi qua $A(3; -1; 2)$ có bán kính

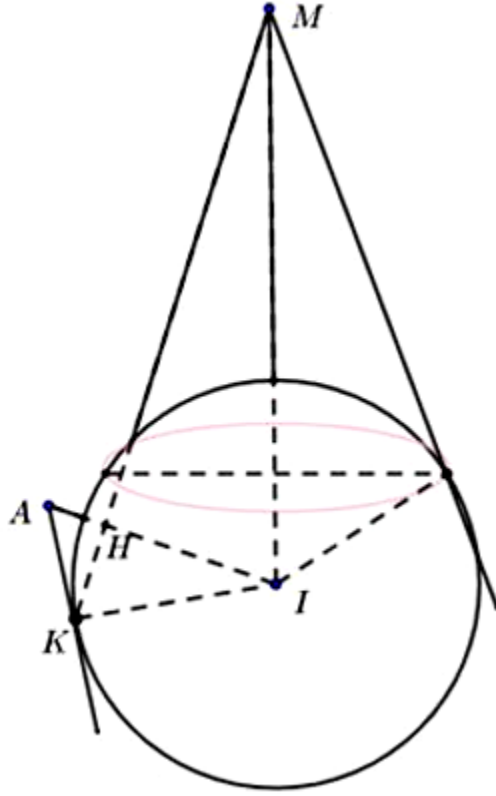
$$R = |\overline{IA}| = \sqrt{(5-3)^2 + (3+1)^2 + (-2-2)^2} = 6$$

Phương trình mặt cầu là: $(x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 36$.

Chọn A.

Câu 39:

Mặt cầu tâm $I(0; 0; 4)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.



Ta có $\vec{IA} = (0; 0; -5) \Rightarrow IA = 5$. Gọi H là tâm đường tròn (C) và K là tiếp điểm của một tiếp tuyến kẻ từ A ta có $AK = \sqrt{AI^2 - IK^2} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{5}$.

Do đó bán kính đường tròn (C) là: $r_C = HK = \frac{AK \cdot IK}{AI} = \frac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{5} = 2$.

Vì bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) nên ta có $r_{C'} = 4 \Rightarrow IM = 10$.

Tam giác IHK vuông tại H nên $IH = \sqrt{IK^2 - HK^2} = \sqrt{20 - 2^2} = 4$.

$\Rightarrow HM = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$.

Do H là tâm đường tròn (C) cố định, M di động nằm trên mặt phẳng (α) do đó M thuộc đường tròn tâm H bán kính $HM = 2\sqrt{21}$.

Chọn A.

Câu 40:

Điều kiện: $x > 0$. Với $x > 0$ ta có $\log_3(x+4) - 1 > 0$ nên $(\log_3 x - m)(\log_3(x+4) - 1) < 0$ xảy ra khi $\log_3 x - m < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3^m$. Theo giả thiết suy ra $3^m \leq 4041 \Leftrightarrow m < \log_3 4041 \approx 7,56$.

Do m nguyên dương suy ra $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Chọn C.

Câu 41:

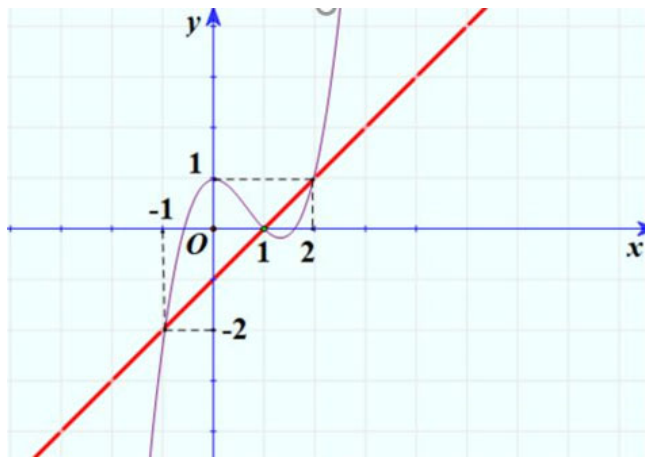
Ta có $f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(1) = 0$. Ta có

$$\int_0^1 (f(1-x) + x^2 f''(x)) dx = \int_0^1 2x dx = 1 \Rightarrow 1 = \int_0^1 (f(x) + x^2 f''(x)) dx \quad (\text{Do } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(1-x) dx).$$

Ta có:

$$I = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x^2 f''(x) dx = xf(x) \Big|_0^1 - I + x^2 f'(x) \Big|_0^1 - 2I = 2021 - 3I \Rightarrow I = \frac{2020}{3}.$$

Chọn D.

Câu 42:

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d; f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} f'(0) = 1 \\ f''(0) = 0 \\ f'(2) = 1 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra } f'(x) = x^3 - 2x^2 + 1; f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x - \frac{275}{192}.$$

Xét hàm số $h(x) = 2f(x) - x^2 + 2x$ ta có $h'(x) = 2f'(x) - 2x + 2 \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$

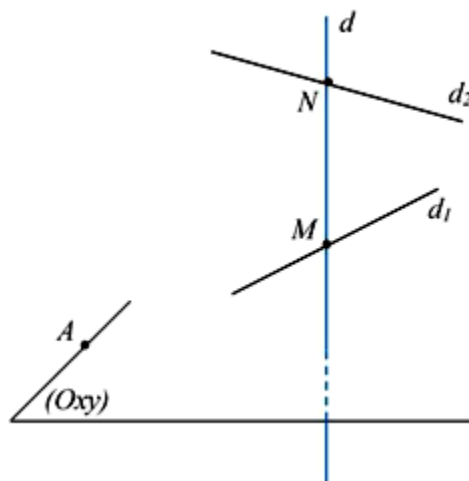
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$								
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$					
$h(x)$	$+\infty$		$-\frac{193}{32}$		$-\frac{67}{96}$		$-\frac{49}{32}$		$+\infty$				
$g(x)$	$+\infty$		0		$\frac{193}{32}$		$\frac{67}{96}$		$\frac{49}{32}$		0		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Chọn C.

Câu 43:



* Gọi $M \equiv d \cap d_1$ và $N \equiv d \cap d_2$. Khi đó: $M(-5+3t_1; t_1; -1-2t_1)$ và $N(t_2; 2t_2; -1+t_2)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (t_2 - 3t_1 + 5; 2t_2 - t_1; t_2 + 2t_1)$.

* $d \perp (Oxy)$ và $M, N \in d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp (Oxy) \Rightarrow \overrightarrow{MN}$ là một vectơ pháp tuyến của (Oxy) .

Mặt khác mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến: $\vec{n}_{(Oxy)} = \vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó: \overrightarrow{MN} và \vec{k} là hai vector cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = h\vec{k}$ hay tương đương với hệ:

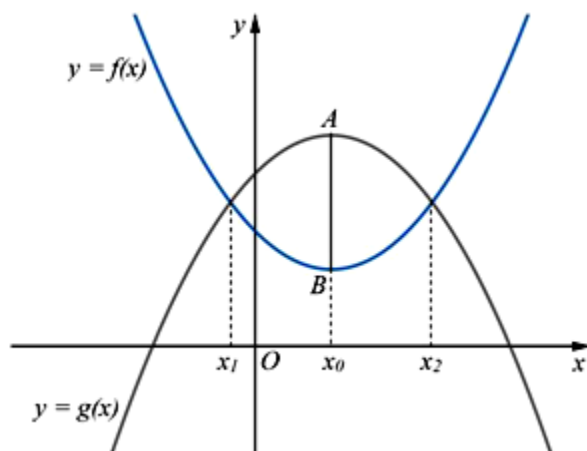
$$\begin{cases} t_2 - 3t_1 + 5 = 0 \\ 2t_2 - t_1 = 0 \\ t_2 + 2t_1 = h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 1 \\ t_1 = 2 \\ h = 5 \end{cases}. \text{ Do đó: } M(1; 2; -5), N(1; 2; 0).$$

* Ta có: $\overrightarrow{AM} = (0; 2; -5)$, $AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{29}$, $\overrightarrow{AN} = (0; 2; 0)$, $AN = |\overrightarrow{AN}| = 2$

Vậy: $S = AM^2 + AN^2 = 29 + 4 = 33$.

Chọn D.

Câu 44:

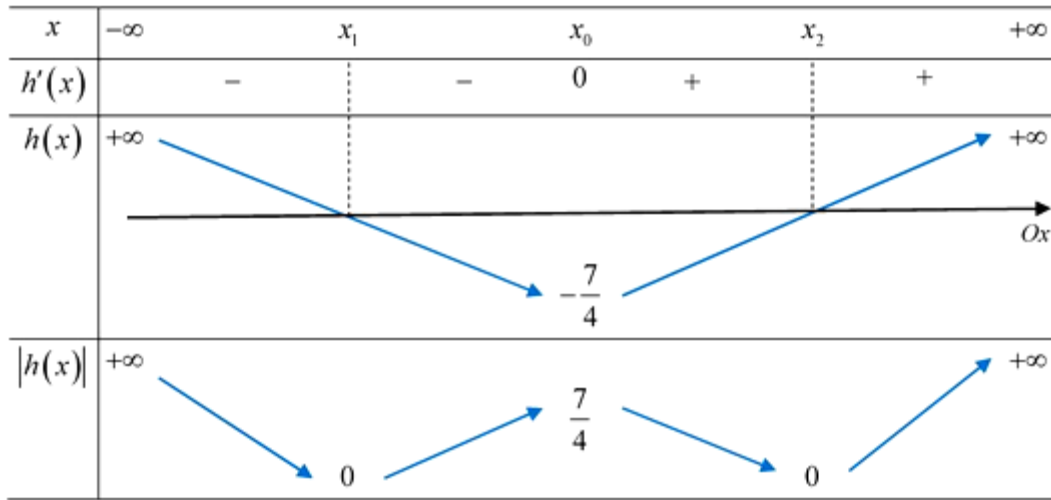


* Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$; $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$.

$h'(x) = f'(x) - g'(x)$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$. Từ các đồ thị đã cho, ta có: $x_1 < x_0 < x_2$.

$$h(x_0) = f(x_0) - g(x_0) = -[g(x_0) - f(x_0)] = -AB = -\frac{7}{4}.$$

Bảng biến thiên của $h(x)$ và $|h(x)|$:



Từ bảng biến thiên, ta thấy: hàm số $y = |h(x)|$ có 3 điểm cực trị.

* Đồ thị hàm số $y = |h(x)| + m$ có cùng số điểm cực trị với đồ thị hàm số $y = |h(x)|$. Do đó, hàm số $y = |h(x)| + m$ cũng có 3 điểm cực trị.

* Hàm số $y = ||h(x)| + m|$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y = |h(x)| + m$ cộng số giao điểm không trùng với các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |h(x)| + m$ với trục Ox .

Vì vậy, để hàm số $y = ||h(x)| + m|$ có đúng 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = |h(x)| + m$ và trục Ox phải có 2 giao điểm khác các điểm cực trị hay đường thẳng $y = -m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = |h(x)|$ tại 2 điểm phân biệt khác các điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = |h(x)|$, điều kiện của m thỏa mãn ycbt là: $-m \geq \frac{7}{4} \Leftrightarrow m \leq -\frac{7}{4}$
 $m \in (-2021; 2021)$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; -2\}$.

Vậy số giá trị nguyên của m thỏa mãn là: 2019.

Chọn A.

Câu 45:

Xét tích phân $I = \int_0^{\ln 4} f(2e^x + 3)e^x dx$.

Đặt $t = 2e^x + 3 \Rightarrow dt = 2e^x dx$ hay $e^x dx = \frac{1}{2} dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 5; x = \ln 4 \Rightarrow t = 11$.

Khi đó:

$$I = \frac{1}{2} \int_5^{11} f(t) dt = \frac{1}{2} \int_5^{11} f(x) dx = \frac{1}{2} \left(\int_5^7 f(x) dx + \int_7^{11} f(x) dx \right) = \frac{1}{2} \left[\int_5^7 (2x+3) dx + \int_7^{11} (x^2 - 5x + 3) dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[(x^2 + 3x) \Big|_5^7 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x \right) \Big|_7^{11} \right] = \frac{1}{2} \left(30 + \frac{484}{3} \right) = \frac{287}{3}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^{\ln 4} f(2e^x + 3)e^x dx = \frac{287}{3}.$$

Chọn D.

Câu 46:

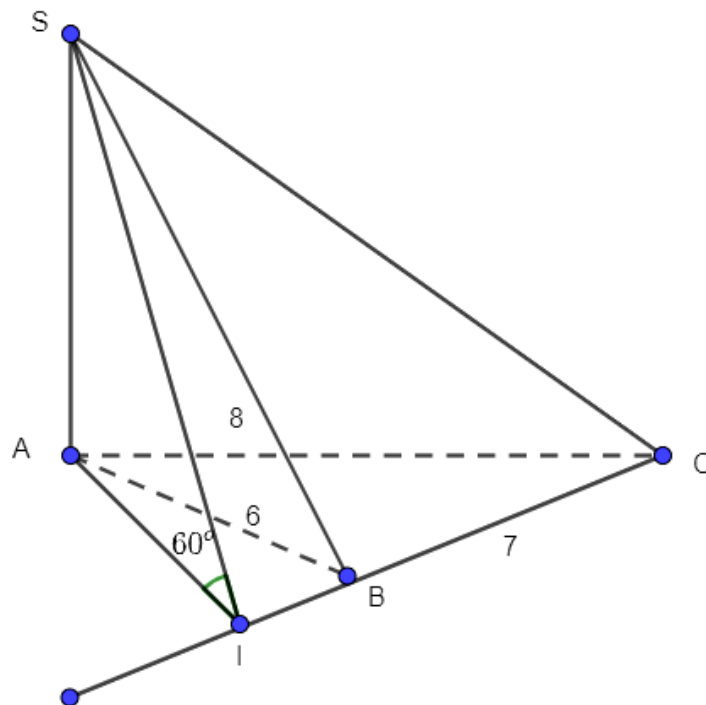
Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Suy ra $\bar{z} = x - yi$ và $z + \bar{z} = 2x$.

$$\text{Ta có: } |z| = |z + \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = |2x| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ 1 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ |y| = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy có 4 số phức z thỏa mãn đó là $1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i, -1 + \sqrt{3}i, -1 - 3i$.

Chọn C.

Câu 47:



$$\text{Kẻ } AI \perp BC (I \in BC) \Rightarrow \begin{cases} AI \perp BC \\ SA \perp BC \\ AI \cap SA = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI).$$

Và $(SBC) \cap (SAI) = SI$.

Suy ra SI là hình chiếu vuông góc của SA trên (SBC)

Suy ra $(\widehat{SA, (SBC)}) = (\widehat{SA, SI}) = \widehat{ASI} = 60^\circ$.

Tính được: $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{21\sqrt{15}}{4}$.

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC \Rightarrow AI = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{21\sqrt{15}}{4}}{7} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$.

Tam giác SAI vuông tại A , ta có:

$$SA = \frac{AI}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{21\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{105\sqrt{3}}{8}$.

Chọn B.

Câu 48:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & 25y^4 + 10y^3 - x^2y^2 - 2y^2x \\ &= 25y^4 + 10y^3 + y^2 - x^2y^2 - 2y^2x - y^2 \\ &= (25y^4 + 10y^3 + y^2) - (x^2y^2 + 2y^2x + y^2) \\ &= y^2(25y^2 + 10y + 1) - y^2(x^2 + 2x + 1) \\ &= y^2[(5y+1)^2 - (x+1)^2] \end{aligned}$$

Do đó: $\ln \frac{x+1}{5y+1} \leq 25y^2 + 10y^3 - x^2y^2 - 2y^2x$

$$\Rightarrow \ln(x+1) - \ln(5y+1) \leq y^2[(5y+1)^2 - (x+1)^2]$$

+) TH1: $x+1 > 5y+1$ thì vế phải âm (không thỏa mãn).

+) TH2: $x+1 \leq 5y+1$ thì vế trái không dương, vế phải không âm nên sẽ luôn thỏa mãn khi

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x+1 > 0 \\ 5y+1 > 0 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} x+1 < 0 \\ 5y+1 < 0 \end{array} \right. \\ x+1 \leq 5y+1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x > -1 \\ y > -\frac{1}{5} \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ y < -\frac{1}{5} \end{array} \right. \\ x \leq 5y \end{array} \right.$$

. Do x, y là số nguyên dương nên ta có:

$$\begin{cases} x > -1 \\ y > -\frac{1}{5} \\ x \leq 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \\ x \leq 5y \end{cases} \quad (y \leq 2022; x, y \in \mathbb{Z}).$$

Vậy $y \in [1; 2022], x \in [1; 10110]$.

Ứng với mỗi y nguyên dương có $5y$ cặp $(x; y)$. Do đó số cặp:

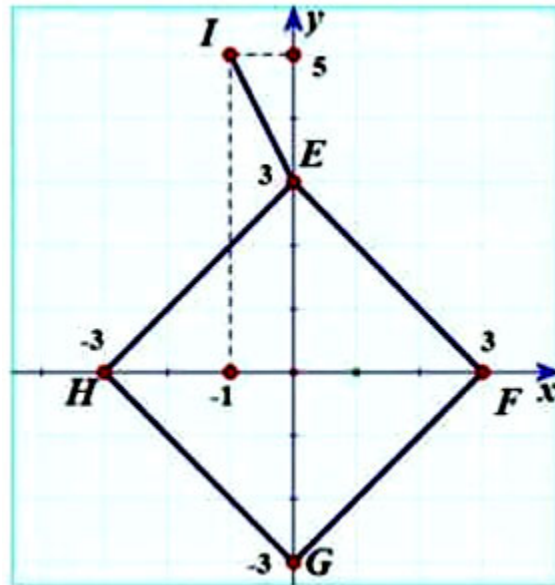
$$5(1+2+3+\dots+2022) = \frac{5 \cdot 2022 \cdot 2023}{2} = 10226265 \text{ cặp.}$$

Chọn B.

Câu 49:

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M(x; y) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

$$\text{Ta có } |z - \bar{z}| + |z + \bar{z}| \leq 6 \Leftrightarrow |2x| + |2y| \leq 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 3, \text{ khi } x \geq 0, y \geq 0 \\ -x - y \leq 3, \text{ khi } x < 0, y < 0 \\ x - y \leq 3, \text{ khi } x \geq 0, y < 0 \\ -x + y \leq 3, \text{ khi } x < 0, y \geq 0 \end{cases}.$$



Ta có $P = |z - 2 + 3i|^2 + |z + 4 - 13i|^2 = MA^2 + MB^2$, với $A(2; -3), B(-4; 13)$.

Gọi $I(-1; 5)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

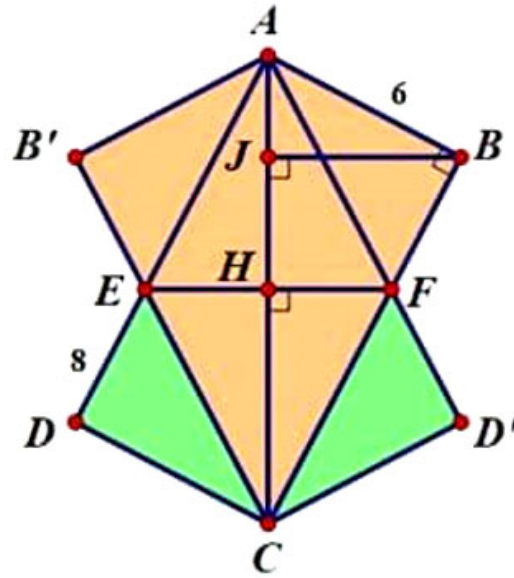
Suy ra $P = MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2$.

Biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi IM đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM = IE = \sqrt{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm $2.(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{9+64})^2 + (\sqrt{9+64})^2 = 156$.

Chọn A.

Câu 50:



Gọi J là hình chiếu vuông góc của B lên cạnh AC và B', D' lần lượt là điểm đối xứng của B, D qua AC .
Gọi $E = B'C \cap AD; F = BC \cap AD'$ và $EF \cap AC = H$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10; BJ = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{24}{5};$

$CJ = \sqrt{8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{32}{5}; HF = \frac{CH}{CJ} \cdot JB = \frac{25}{32} \cdot \frac{24}{5} = \frac{15}{4}.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm: $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot JB^2 \cdot AC - \frac{1}{3} \pi \cdot HF^2 \cdot AC = \frac{4269\pi}{40}.$

Chọn B.

HẾT

<https://toanmath.com/>